

第二章 地面点定位方法

1

测量基准面与坐标系统

3

数学方法取点空间位置

2

地球曲率的影响

4

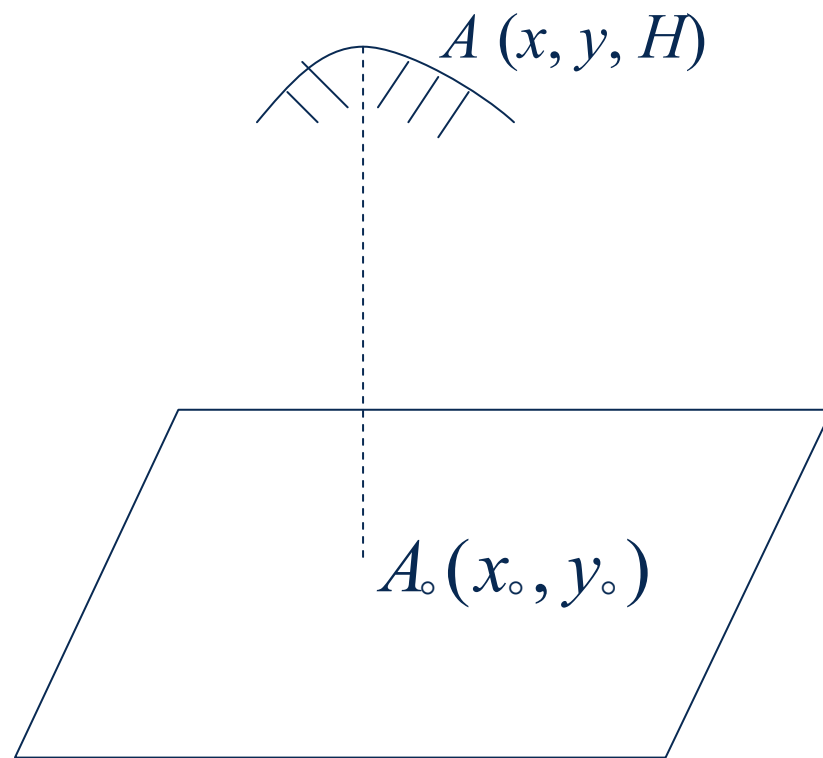
水下地形点测量方法

2.1 测量的基准面与坐标系统

地面点的位置是在选定的基准面上建立坐标系统，通过测量点位之间的**角度 β** 、**距离 D** 和点到基准面的**高差 H** 这三个基本元素来确定的。

如图所示，为了获取地面点 A 的三维坐标 (x, y, H) ，将点 A 投影到某一曲面上(基准面)，得到点 A_0 ，由投影点 $A_0(x_0, y_0)$ 及点 A 到投影面的垂直距离 H ，就可唯一地确定点 A 的空间位置。

因此，为了获取地面点空间点位，首先要建立测量的基准面和坐标系统。



地面点在测量基准面投影

2.1 测量的基准面与坐标系统

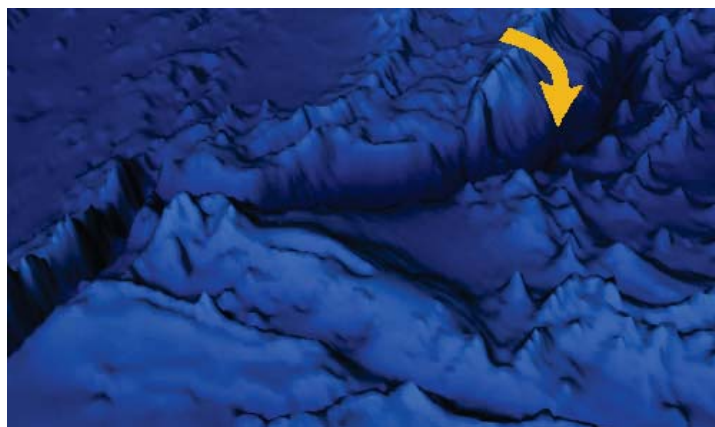
基准面的选择对点位的确定有着关键作用，它是空间点平面位置定位的前提条件。

在地球表面进行点位测量时，如果将投影曲面作为基准面，应该具备**两个基本条件**：

- (1) 其形状和大小能与地球总形体相拟合；
- (2) 必须是一个能用简单几何体和方程式描述的规则数学面，并有利于数据处理。

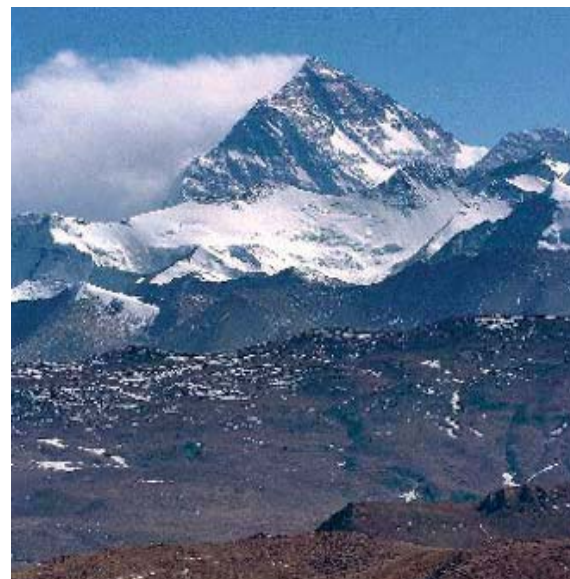
2.1.1 测量基准面

测量工作是在地球表面上进行的，而地球自然表面很不规则，上面分布有江河湖海，平原丘陵和高山深谷，其中海洋占地球表面积的71%，陆地占地球表面积的29%。



马里亚纳海沟 (-11022m)

两者的高差与地球半径(6371km)相比，可以忽略不计。



珠穆朗玛峰
(8844.43m)

2.1.1 测量基准面

在测量学中，通常把静止的水面称为**水准面**。

海水水位是动态的，因此，水准面有无穷多个，通常把通过平均海水面并向大陆、岛屿延伸而形成的闭合曲面称为**大地水准面**。大地水准面是测量工作的**基准面**。



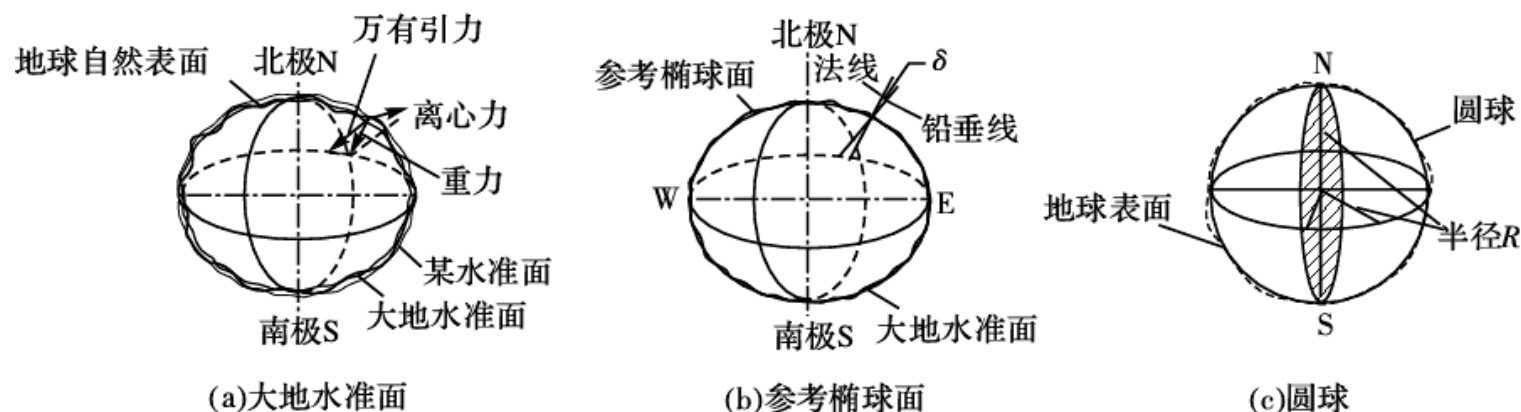
大地水准面

在地球重力场中水准面处处与重力方向正交，重力的方向线称为**铅垂线**，它是测量工作的**基准线**。

2.1.1 测量基准面

由于地球内部质量分布的不均匀性，使得重力方向产生不规则变化，处处与重力方向正交的大地水准面也就不是一个规则的数学面，因此不利于数学上的计算。必须选择一个能与大地水准面总形体非常拟合且能用数学模型表达的面，作为计算工作的基准面。

测量学中把拟合地球总形体的旋转椭球面称为总地球椭球面。把拟合一个区域的旋转椭球面称为参考椭球面。



2.1.1 测量基准面

我国坐标目前采用的“80西安坐标”（80国家大地坐标）

我国目前采用的高程基准面是“1985年国家高程基准”，它是根据青岛验潮站1952~1979年观测资料确定的黄海平均海水面(其高程为零)作为起算的高程系统，并在青岛观象山建立了固定水准原点，其高程为72.260m。



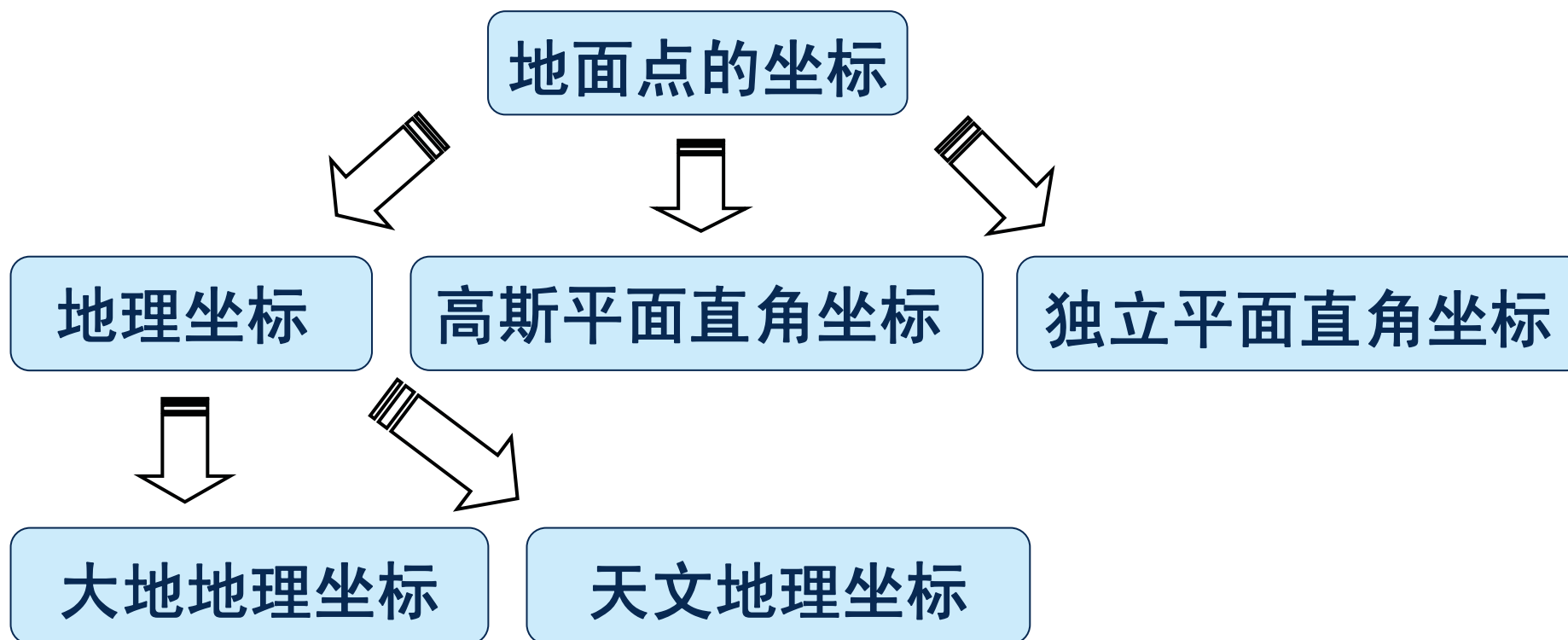
永乐镇大地原点



观象山黄海水准原点

2.1.2 测量坐标系

1. 地面点的坐标



2.1.2 测量坐标系

(1) 地理坐标：

子午面：地面点与

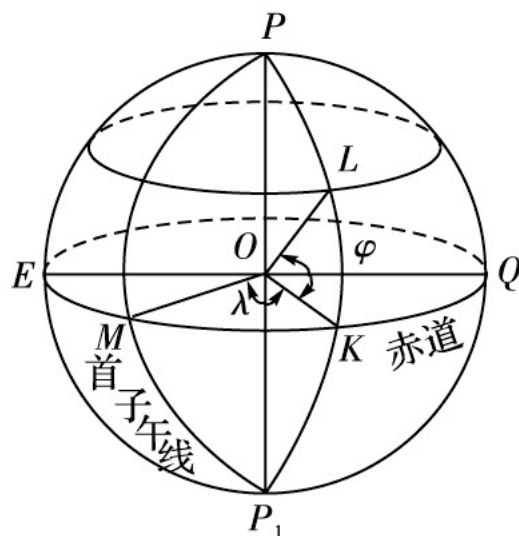
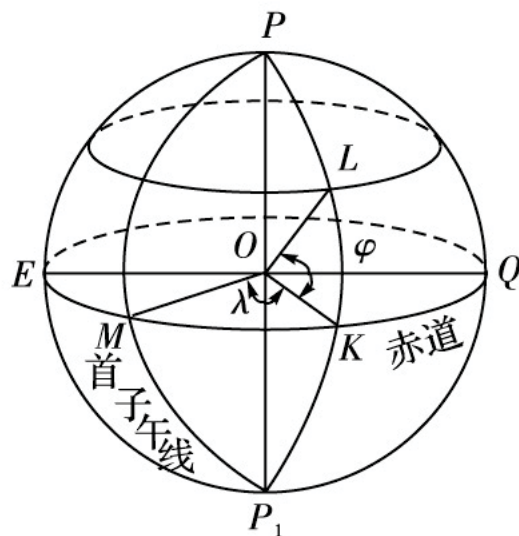
赤道面：通过地心

子午线：子午面与

赤道：赤道面与

经度 L ：过地球面
治天文台的首子午
面起算，在东半球

纬度 B ：过球面某
的夹角。



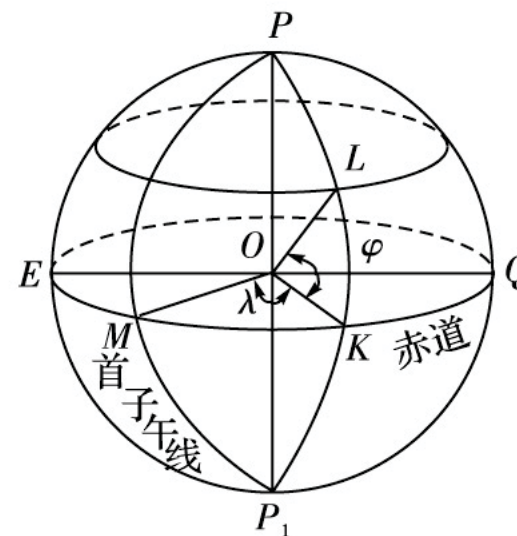
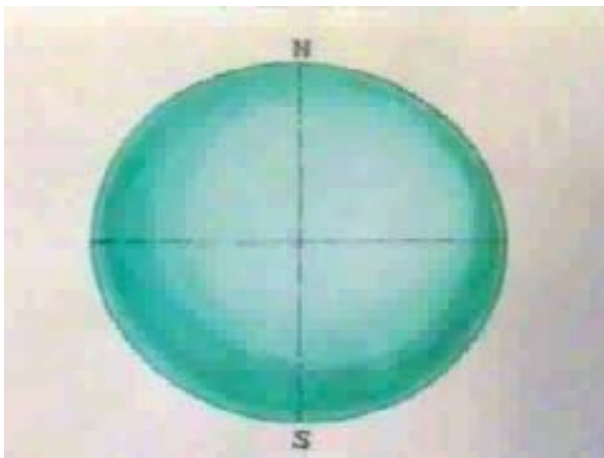
位置的坐标系。

的平面。

KP_1 与过伦敦格林尼
面角。经度由首子午
为西经。

线 OL 与赤道面 $EMKQ$

2.1.2 测量坐标系



地理坐标

2.1.2 测量坐标系

大地地理坐标：以法线为依据，以参考椭球面为基准面的地理坐标。

天文地理坐标：以铅垂线为依据，以大地水准面为基准面的地理坐标。

区别与联系：

- 天文地理坐标是用天文测量方法直接测定的；而大地地理坐标是根据起始的大地原点的坐标推算的。
- 天文地理坐标和大地地理坐标的大地原点是一致的。

2.1.2 测量坐标系

(2) 高斯平面直角坐标

地理坐标只能确定点位在球面上的位置，不能直接用于以平面为基准面的测图工作。因此，必须将其从球面坐标转换为平面直角坐标。

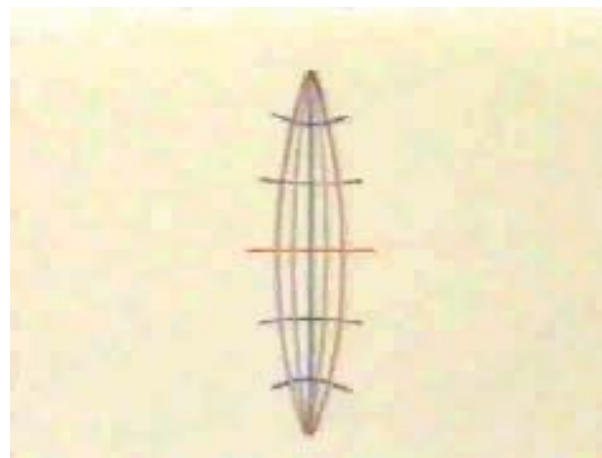
把球面上的点位投影到平面上有许多种方法，我国采用的是高斯正形投影方法。

高斯投影面是一种球面坐标与平面坐标相互换算的投影基准面。

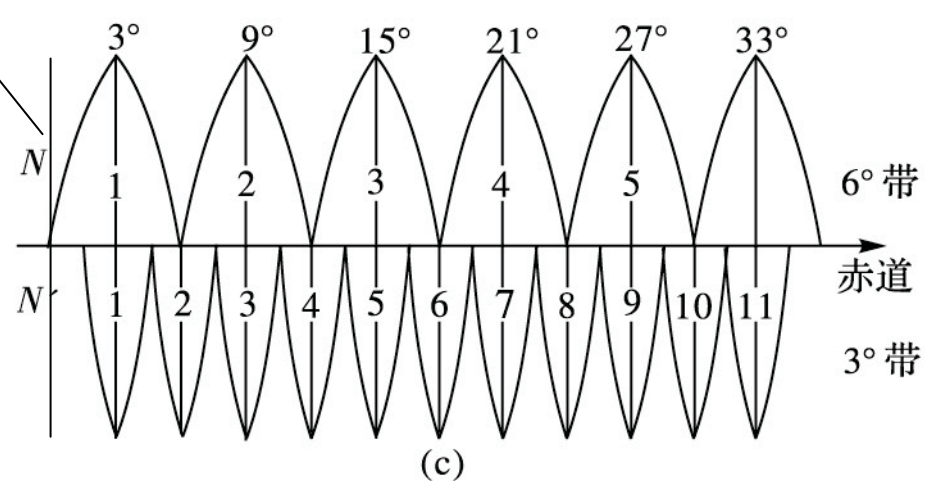
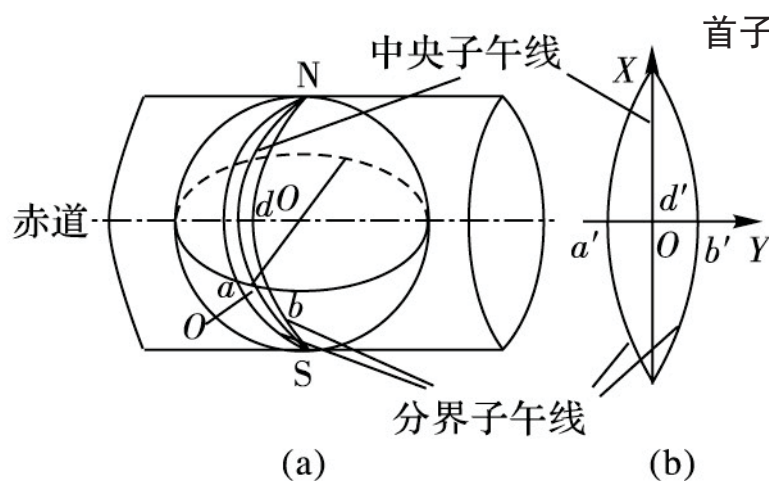
2.1.2 测量坐标系



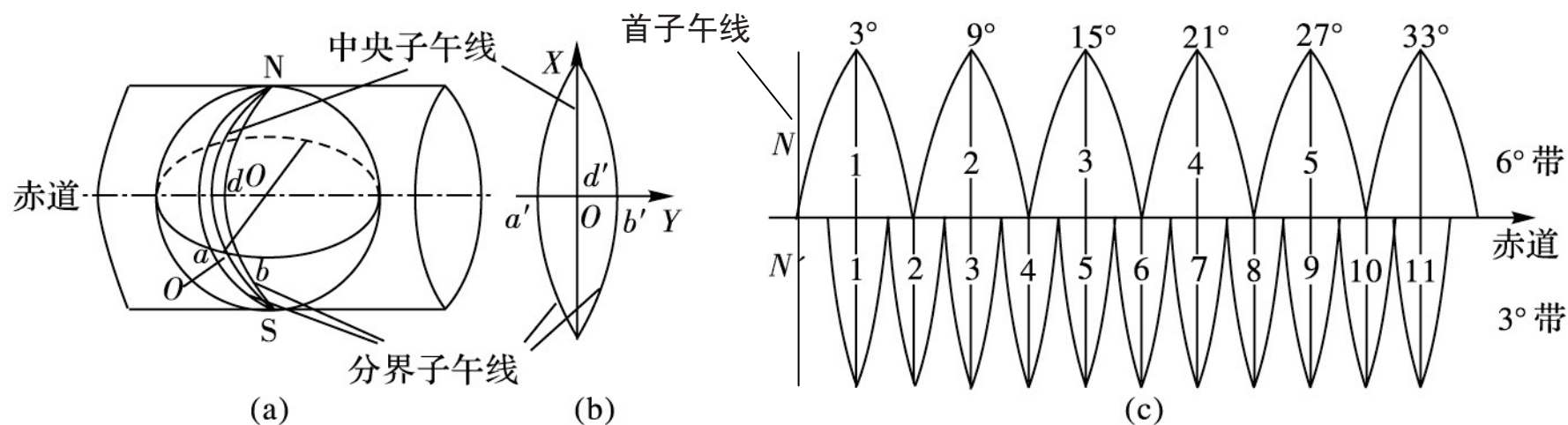
高斯投影



高斯分带



2.1.2 测量坐标系

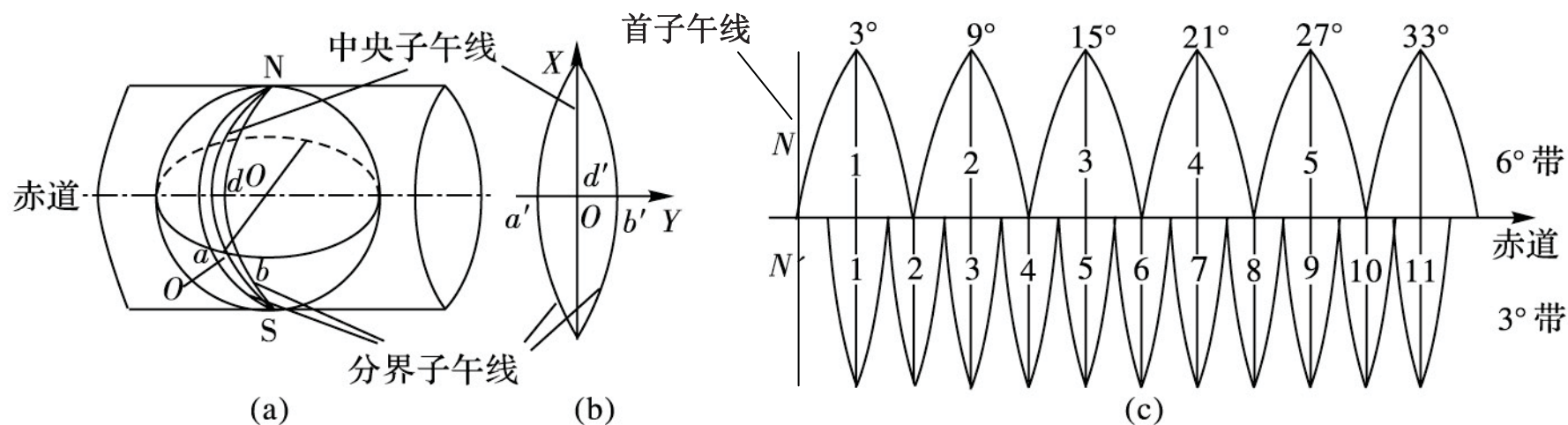


位于各带边上的子午线称为分界子午线，位于各带中央的子午线称为中央子午线。

6°带中央子午线的经度为

$$L_0 = 6N - 3$$

2.1.2 测量坐标系



为了控制变形，满足精密测量和大比例尺测图的需要，还可细分，即采取3°分带法或1.5°分带法进行投影分带。3°分带从东经1.5°开始，自西向东每隔3°划分为1个投影带，带号 N 依次编为1~120。

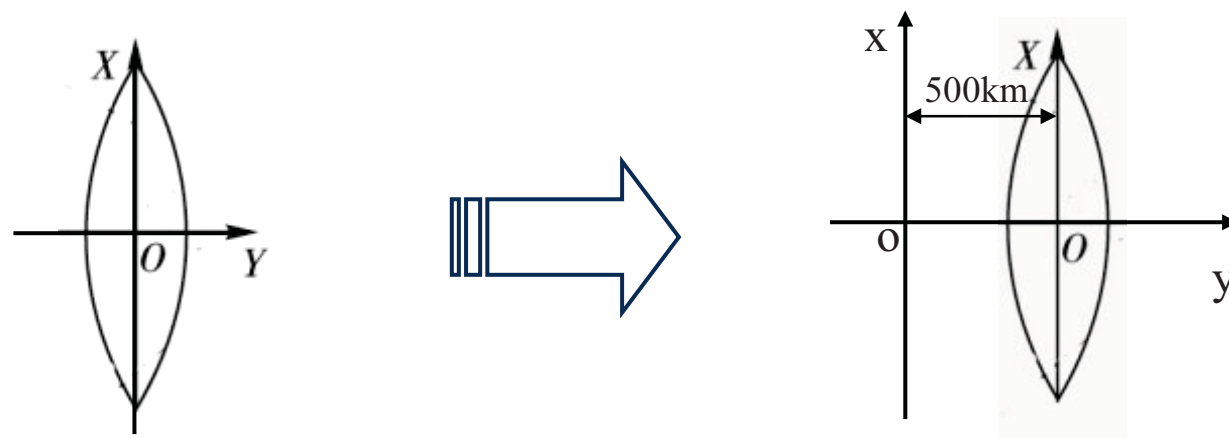
在东半球任意3°带中央子午线的经度为

$$L'_0 = 3N'$$

2.1.2 测量坐标系

我国领域全部位于赤道以北，因此领域内各地面点纵坐标 X 均为正值。

为避免横坐标 Y 出现负值，通常将每带的坐标原点向西移动500km，这样无论横坐标自然值是正还是负，加500km后，都能保证每点的横坐标为正值。此外为判明点位所在的投影带，规定横坐标值之前加上投影带号。



2.1.2 测量坐标系

因此，高斯直角坐标系的横坐标实际由带号、500km常数加上自然坐标值组成。这样的横坐标值称为国家统一坐标系的**横坐标通用值**。

➤ 如：某点位于19带，其横坐标自然值为 -269583.60 m。

计算横坐标通用值

$$-269\,583.60\text{ m} + 500\text{ km} = 230\,416.40\text{ m}$$

再加带号，则该点的横坐标通用值为

$$Y = 19\ 230\,416.40\text{ m}$$

2.1.2 测量坐标系统

在我国领域内：

6°带号位于13~23之间，3°带号位于25~45之间，他们之间没有重叠带号。

因此，根据横坐标通用值可判定投影是6°带还是3°带。

➤ 例如：(1) $Y = 19\ 230\ 416.40\ \text{m}$

投影带是6°带

(2) $Y = 27\ 105\ 357.30\ \text{m}$

投影带是3°带

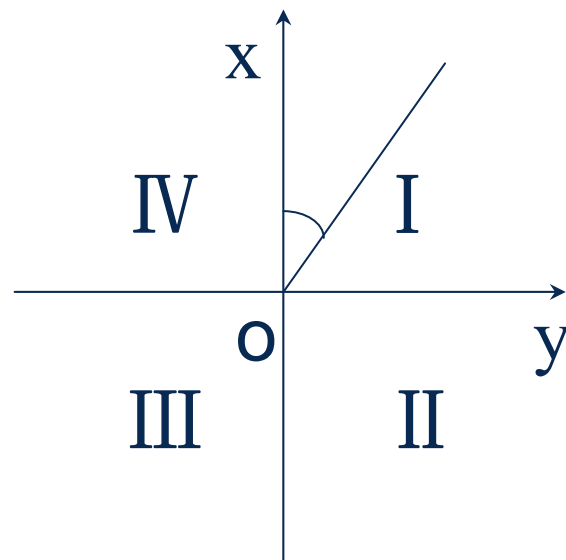
2.1.2 测量坐标系

(3) 独立平面直角坐标

当测量范围较小时，可直接将测区的球面作为平面，把地面点沿铅垂线投影到水平面上，用直角坐标系表示点的位置。

测量所用的直角坐标系与数学上笛卡尔坐标系基本相似，但是有所不同：

- a) 纵坐标轴为 x 轴，横坐标轴为 y 轴；
- b) 象限编号按顺时针方向。



2.1.2 测量坐标系统

2. 地面点的高程

高程：地面点沿投影方向到高程基准面的距离。

绝对高程(或海拔)：地面点至大地水准面的铅垂距离。

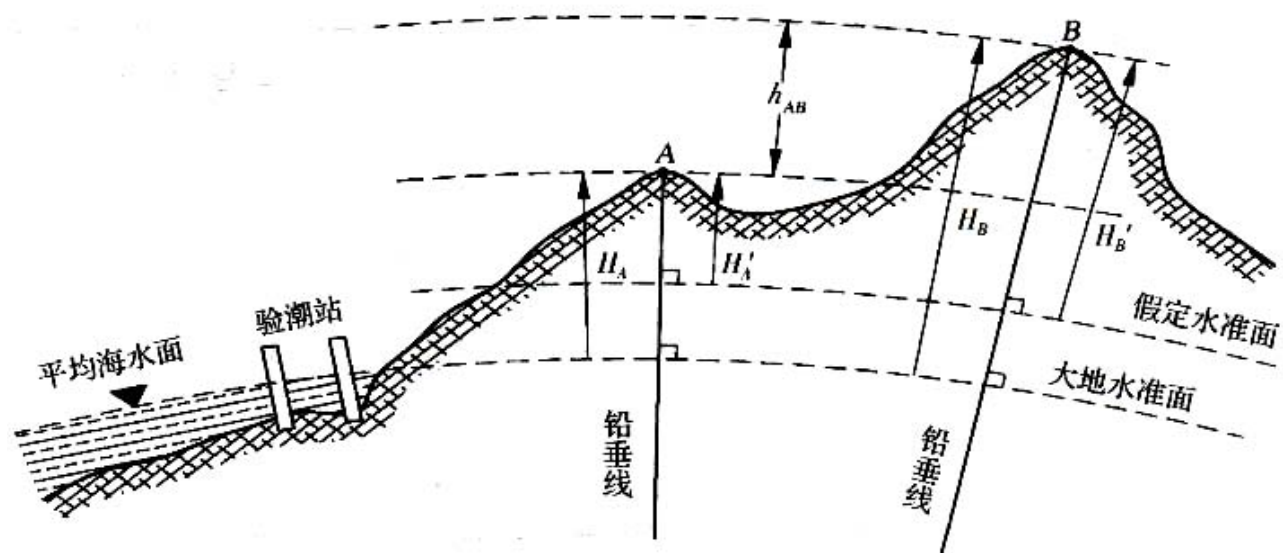
独立的工程项目中，如果引测绝对高程存在困难时，可以假定一个水准面，作为假定高程基准面。

相对高程或假定高程：地面点至假定水准面的铅垂距离

高差：同一高程基准面下地面上两个点位 A 、 B 的高程之差。以 h_{AB} 表示：

$$h_{AB} = H_B - H_A$$

2.1.2 测量坐标系



地面点高程

第二章 地面点定位方法

1

测量基准面与坐标系统

3

数学方法取点空间位置

2

地球曲率的影响

4

水下地形点测量方法

2.2 地球曲率对测量工作的影响

用水平面来代替水准面，使测量和绘图工作大为简化，但也会带来各种误差。

1. 对距离的影响

如图，设球面 P 与水平面 P' 在点 A 相切， A 、 B 两点在球面上的弧长为 D ，在水平面上的距离为 D'

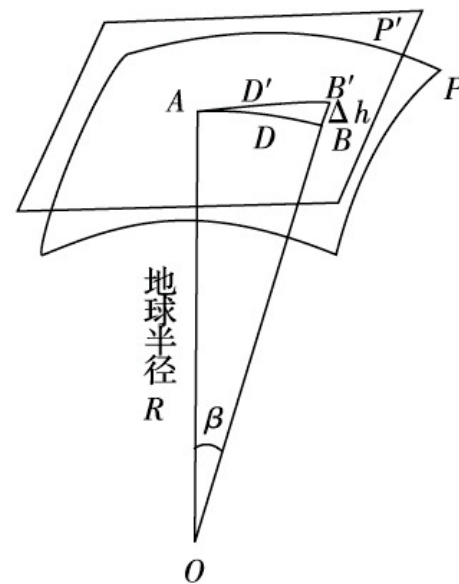
则： $D=R\beta$ ， $D'=R\tan\beta$

以水平长度 D' 代替弧长 D 产生的距离误差为：

$$\Delta D = D' - D = R \tan \beta - R\beta = R(\tan \beta - \beta)$$

将 $\tan \beta$ 按级数展开：

$$\tan \beta = \beta + \frac{1}{3}\beta^3 + \dots$$



水平面代替曲面误差

2.2 地球曲率对测量工作的影响

将 $\beta = \frac{D}{R}$ 代入上式，得

$$\Delta D = \frac{D^3}{3R^2}$$



$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{D^2}{3R^2}$$

地球半径 $R=6371\text{km}$ ，当两点距离 D 为 10km 时

$$\frac{\Delta D}{D} = 1:1220000 < 1:1000000 \text{ 现代最精密距离丈量容许误差}$$

因此，在半径为 10km 的范围内可以不考虑地球曲率对水平距离的影响。

2.2 地球曲率对测量工作的影响

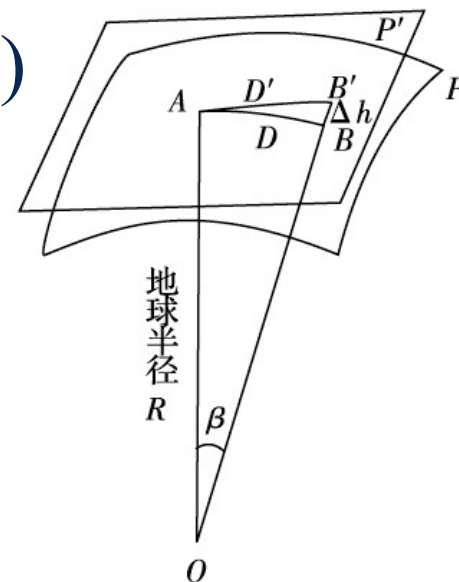
2. 对高程的影响

如图， A 、 B 两点在同一水准面上，其高差为零，即 $\Delta h=0$ 。但当点 B 投影到过点 A 的水平面上得到投影点 B' 时， $BB'=\Delta h$ 就是水平面代替水准面所产生的高程误差。

$$\Delta h = OB' - OB = R \sec \beta - R = R(\sec \beta - 1)$$

用三角函数的幂级数公式将 $\sec \beta$ 展开

$$\sec \beta = 1 + \frac{1}{2} \beta^2 + \frac{5}{24} \beta^4 + \dots$$



水平面代替曲面误差

2.2 地球曲率对测量工作的影响

只取前两项，并将 $\beta = D/R$ 代入，得

$$\Delta h = R(1 + \frac{1}{2}\beta^2 - 1) = \frac{D^2}{2R}$$

因此，高程误差与距离的平方成正比，当距离 D 为1km
高程误差有8cm，这是高程测量所不允许的。

因此，进行高程测量时，即使距离很短也必须顾及地球曲率的影响。

2.2 地球曲率对测量工作的影响

3. 对角度的影响

由球面三角学知，同一空间面积为 P_s 的多边形在球面上投影的各内角和，比在平面上投影的内角和大一个球面角超值 ε'' ，即

$$\varepsilon'' = \rho'' \frac{P_s}{R^2}$$

式中， R 为地球半径， $\rho'' = \frac{180}{\pi} \times 3600 = 206265$ （一弧度对应的秒值）

由上式可知，由三点组成的面积为100平方公里的多边形，其角度误差很小。因此，对一般工程测量可以不考虑地球曲率对角度测量的影响。

第二章 地面点定位方法

1

测量基准面与坐标系统

3

数学方法取点空间位置

2

地球曲率的影响

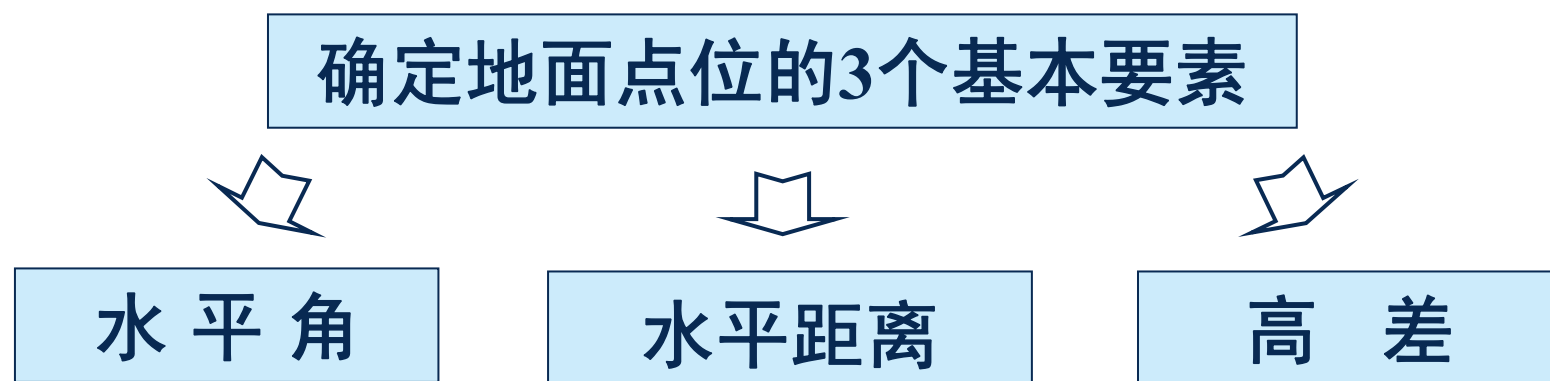
4

水下地形点测量方法

2.3 获取地面点空间位置的数学方法

2.3.1 平面点位坐标测量方法

在测站点 A ，只要测出与已知点的方向和待测点 B 之间的水平夹角 β 、 A 和 B 点的水平距离 D 以及两点间的高差，就能确定 B 点的空间位置。



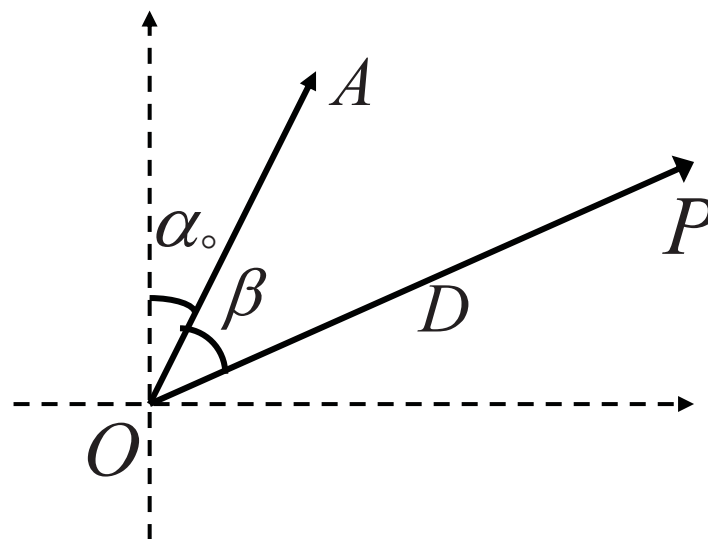
采集地面点平面位置的方法以极坐标法和直角坐标法为主，另外还包括交会法和摄影测量法。

2.3.1 平面点位坐标测量方法

1. 极坐标法

已知 O 为测站点，其坐标为 $O(x_0, y_0)$ ，点 O 与另一互相通视已知点 A 的连线构成零方向线，点 $P(x_p, y_p)$ 为待求点，则以测站 O 求算点 P 的极坐标形式为 $\rho(D, \beta)$ ， OP 水平距离 D ， OA 和 OP 夹角 β 可通过外业测量获得。

设 α_0 为测站零方向线的坐标方位角，即在直角坐标系中极轴 OA 与 x 轴的夹角。



极坐标法测点

$$\begin{aligned}x_p &= x_0 + D \cos(\alpha_0 + \beta) \\y_p &= y_0 + D \sin(\alpha_0 + \beta)\end{aligned}$$

2.3.1 平面点位坐标测量方法

2. 直角坐标法

全站仪和全球定位系统(GPS)等新出现的测量仪器可以直接测出地面点位的三维直角坐标。

因此，若使用全站仪或全球定位系统，确定地面点位的基本工作可简化为直角坐标测量。

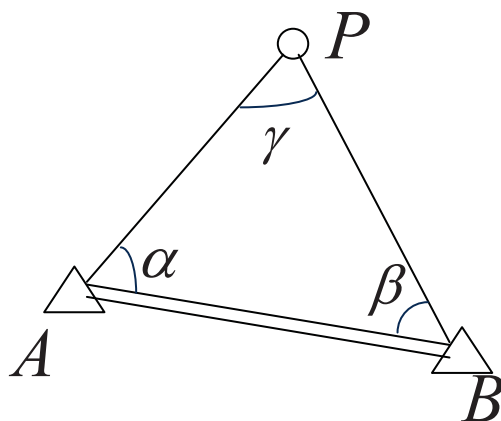
具体实施将在第五章(坐标测量)介绍...

2.3.1 平面点位坐标测量方法

3. 交会法

(1) 角度前方交会法

从相邻的两已知控制点 A 、 B 向待定点 P 观测水平角 α 、 β 计算待定点 P 的坐标，称为**角度交会法**。



这种方法适用于高耸建筑物及人难以到达的地方，如电视塔、烟囱等点位的测量。

2.3.1 平面点位坐标测量方法

采用角度前方交会法计算待定点坐标的方法如下：

1) 确定已知点间边长和坐标方位角

$$c = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\alpha_{AB} = \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

2) 计算待定边边长及其坐标方位角

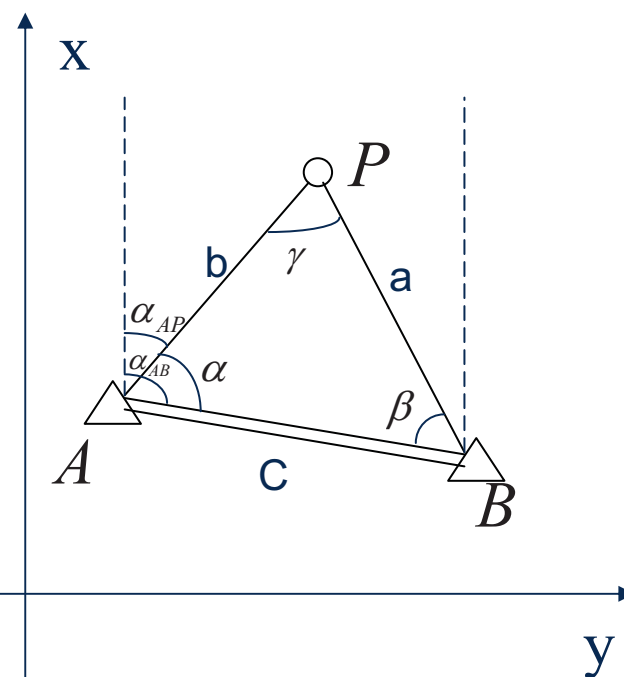
按正弦定理计算边长 a 、 b

$$a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{c \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{c \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \alpha$$

$$\alpha_{BP} = \alpha_{BA} + \beta = \alpha_{AB} + \beta \pm 180^\circ$$



角度交会法

2.3.1 平面点位坐标测量方法

3) 计算待定点坐标

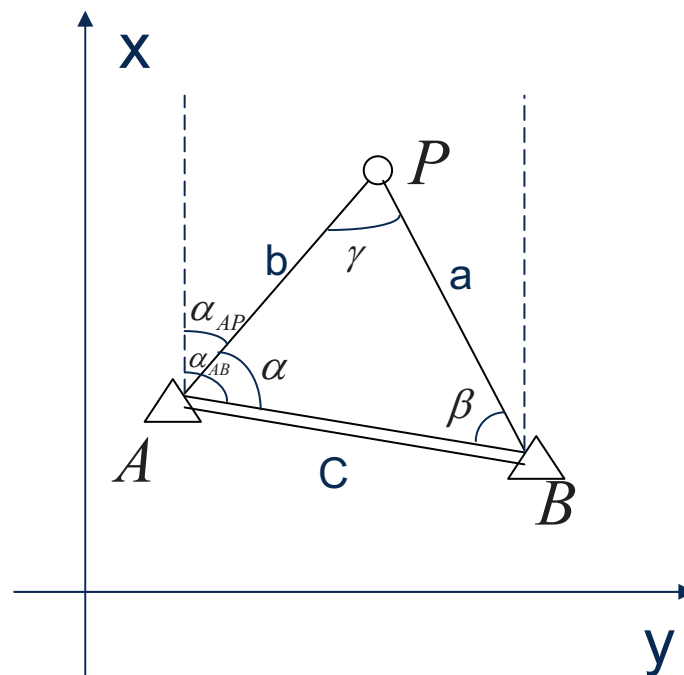
A 、 B 点到 P 点坐标增量

$$\begin{cases} \Delta x_{AP} = b \cos \alpha_{AP} \\ \Delta y_{AP} = b \sin \alpha_{AP} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta x_{BP} = a \cos \alpha_{BP} \\ \Delta y_{BP} = a \sin \alpha_{BP} \end{cases}$$



分别从已知点 A 、 B 计算 P 点坐标

$$\begin{cases} x_P = x_A + \Delta x_{AP} \\ y_P = y_A + \Delta y_{AP} \end{cases} \quad \begin{cases} x_P = x_B + \Delta x_{BP} \\ y_P = y_B + \Delta y_{BP} \end{cases}$$



角度交会法

2.3.1 平面点位坐标测量方法

4) 利用三角公式转化

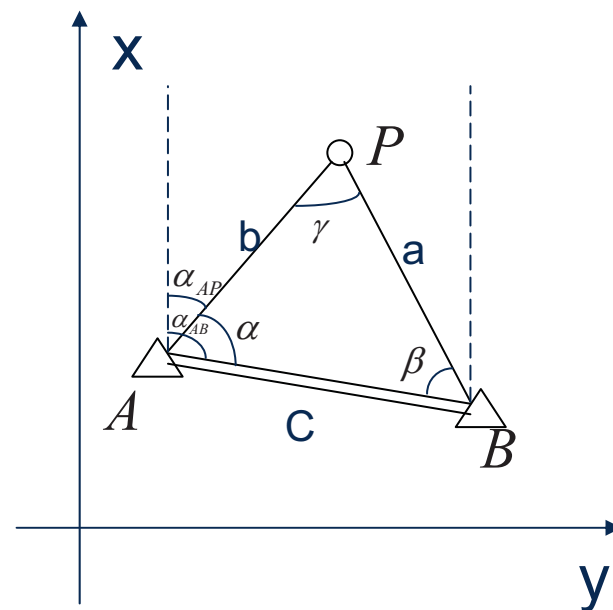
如果将公式简化，可以推导出
直接计算待定点 P 坐标的公式

$$\begin{cases} x_P = x_A + \Delta x_{AP} \\ y_P = y_A + \Delta y_{AP} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_P - x_A = \Delta x_{AP} \\ y_P - y_A = \Delta y_{AP} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x_P - x_A = b \cos(\alpha_{AB} - \alpha) = b(\cos \alpha_{AB} \cos \alpha + \sin \alpha_{AB} \sin \alpha) \\ y_P - y_A = b \sin(\alpha_{AB} - \alpha) = b(\sin \alpha_{AB} \cos \alpha - \cos \alpha_{AB} \sin \alpha) \end{cases}$$

将 $\cos \alpha_{AB} = \frac{x_B - x_A}{c}$ 和 $\sin \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{c}$ 代入上式得



角度交会法

2.3.1 平面点位坐标测量方法

$$\left. \begin{aligned} x_P - x_A &= \frac{b}{c} \sin \alpha [(x_B - x_A) \operatorname{ctg} \alpha + (y_B - y_A)] \\ y_P - y_A &= \frac{b}{c} \sin \alpha [(y_B - y_A) \operatorname{ctg} \alpha + (x_A - x_B)] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

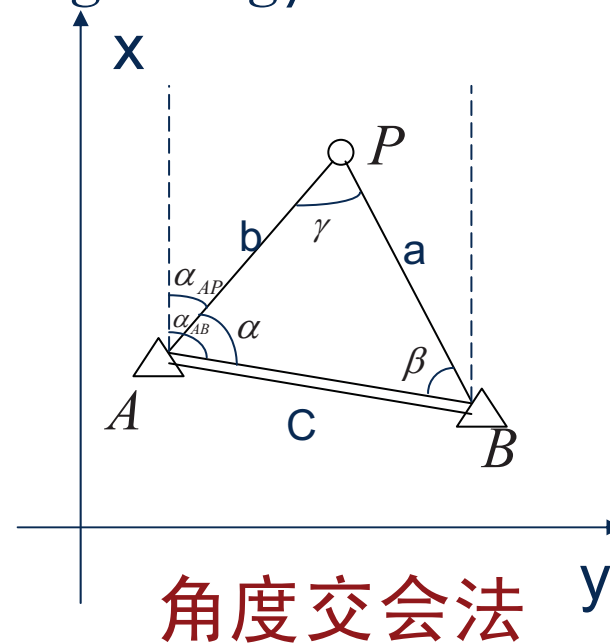
根据正弦定理，考虑到 $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$ ，得

$$\frac{b}{c} \sin \alpha = \frac{\sin \beta \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \beta \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$$

代入(1)式子得余切公式

$$x_P = \frac{x_A \operatorname{ctg} \beta + x_B \operatorname{ctg} \alpha + \Delta y_{AB}}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$$

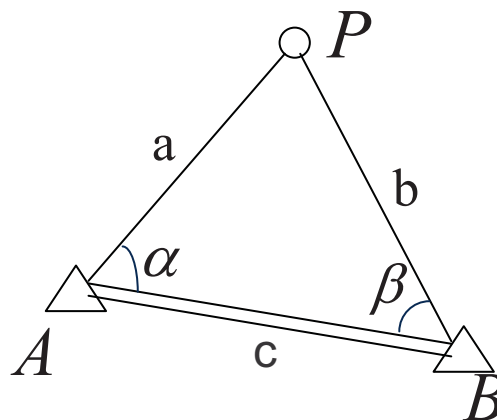
$$y_P = \frac{y_A \operatorname{ctg} \beta + y_B \operatorname{ctg} \alpha - \Delta x_{AB}}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$$



2.3.1 平面点位坐标测量方法

(2) 距离交会法

由两个已知点 A 、 B 向待定点 P 测量边长 a 、 b 来确定 P 点坐标的方法称作距离交会法。



距离交会法适用于全站仪作业或场地平整、量距短的钢尺作业。距离交会法计算待定点 P 的坐标，可以转化为前方交会法进行计算，也可以直接计算待定点坐标。

2.3.1 平面点位坐标测量方法

1) 转化为前方交汇法

现在已知三角形的三条边 a 、 b 、 c ，由余弦定理可以求出 α 、 β

$$\beta = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right), \alpha = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right)$$

然后按照 A 、 B 点坐标和计算出来的角度值用前方交会公式计算点 P 的坐标。

2.3.1 平面点位坐标测量方法

2) 直接计算法

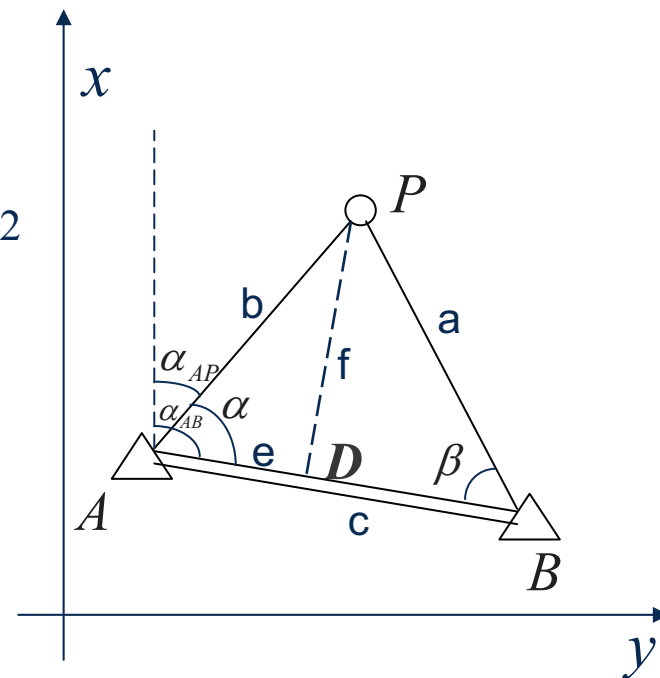
从 P 点作 AB 边的垂线，垂足为 D 。

线段 AD 、 PD 分别用 e 和 f 表示

由图可知 $f^2 = b^2 - e^2 = a^2 - (c - e)^2$



$$e = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c} \text{ 和 } f = \sqrt{b^2 - e^2}$$



P 点坐标应等于 A 点坐标加上 AP 坐标增量， AP 坐标增量与 AD 、 DP 增量之间的关系是

$$\Delta x_{AP} = \Delta x_{AD} + \Delta x_{DP}, \quad \Delta y_{AP} = \Delta y_{AD} + \Delta y_{DP}$$

2.3.1 平面点位坐标测量方法

$$\Delta x_{AP} = \Delta x_{AD} + \Delta x_{DP}, \quad \Delta y_{AP} = \Delta y_{AD} + \Delta y_{DP}$$

式中, $\Delta x_{AD} = e \cos \alpha_{AB}$

$$\Delta y_{AD} = e \sin \alpha_{AB}$$

$$\Delta x_{DP} = f \cos(\alpha_{AB} - 90^\circ) = f \sin \alpha_{AB}$$

$$\Delta y_{DP} = f \sin(\alpha_{AB} - 90^\circ) = -f \cos \alpha_{AB}$$

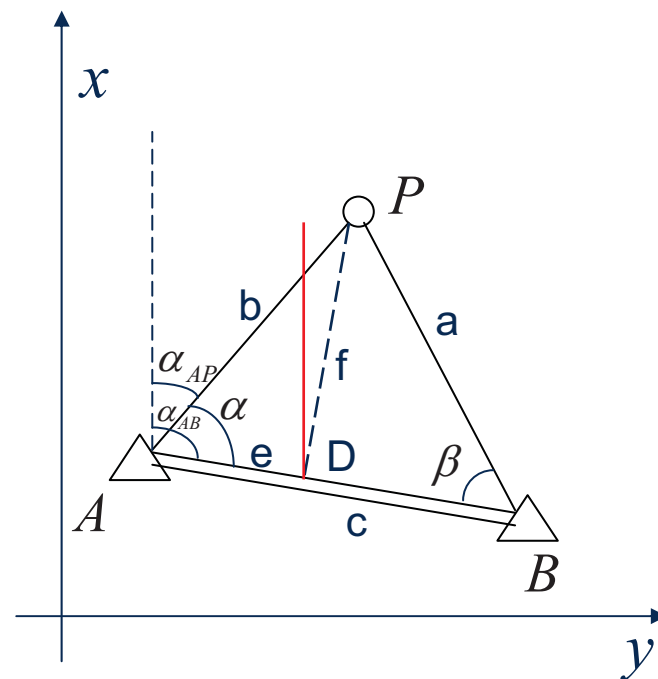
因此, $\Delta x_{AP} = e \cos \alpha_{AB} + f \sin \alpha_{AB}$

$$\Delta y_{AP} = e \sin \alpha_{AB} + f \cos \alpha_{AB}$$

因此, 计算待定点坐标公式为

$$x_P = x_A + e \cos \alpha_{AB} + f \sin \alpha_{AB}$$

$$y_P = y_A + e \sin \alpha_{AB} + f \cos \alpha_{AB}$$



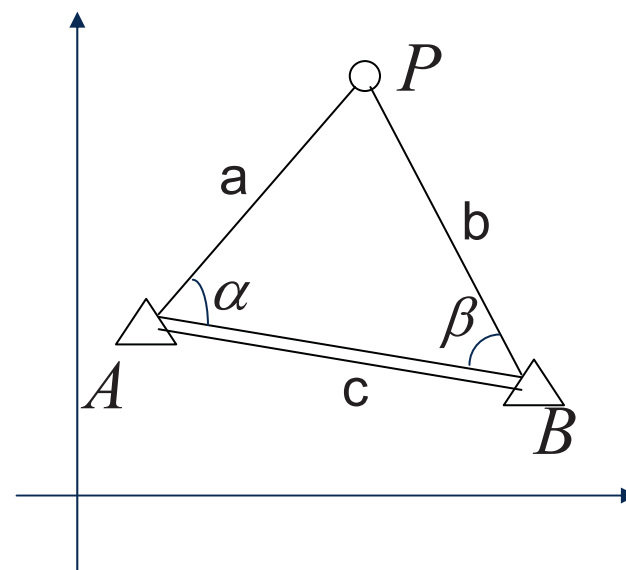
2.3.1 平面点位坐标测量方法

(3) 边角交会法

如图已知 A 和 B 的坐标及水平距离为 c ，若 AP 边水平距离为 a ，角度为 α ，按三角公式可以推出 β 的大小。

$$\beta = \arccot \cot \frac{c - a \cos \alpha}{a \sin \alpha}$$

这样又转化为角度交会法，应用角度交会公式计算即可。



边角交会法

2.3.1 平面点位坐标测量方法

4. 摄影测量法

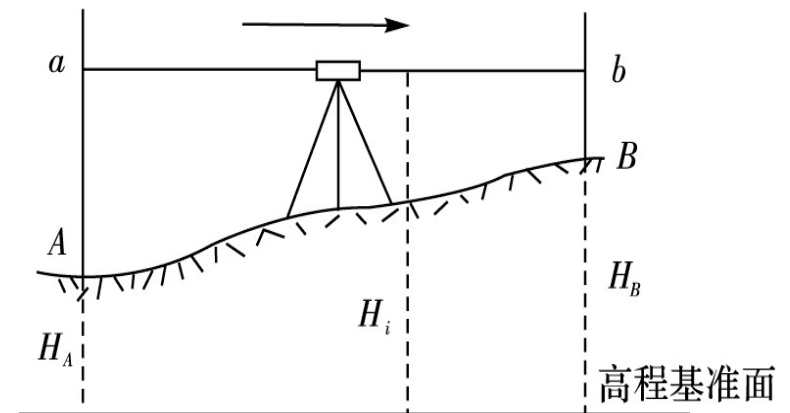
摄影测量法是利用影像点坐标 (x, y) 和相机的相关参数，通过一定的数学手段将其转换成大地坐标 (x, y, z) 的方法。

近些年，随着遥感技术的发展和地理信息系统GIS建设的需要，以数字摄影测量技术为代表的影像坐标解算方法已成为获取地面点坐标的主要手段。

2.3.2 获取高程的方法

1. 水平视线法

几何水准法：利用一条水平线(与高程基准面平行)可以间接获取待求点高程，其中以光学视线(包括可见激光)为水平视线的方法，称几何水准法。



几何水准测量

在 A 、 B 两点竖立水准尺，利用水准仪提供的一条水平视线，截取尺上读数 a 、 b ，则 A 、 B 两点的高差为

$$h_{AB} = a - b$$

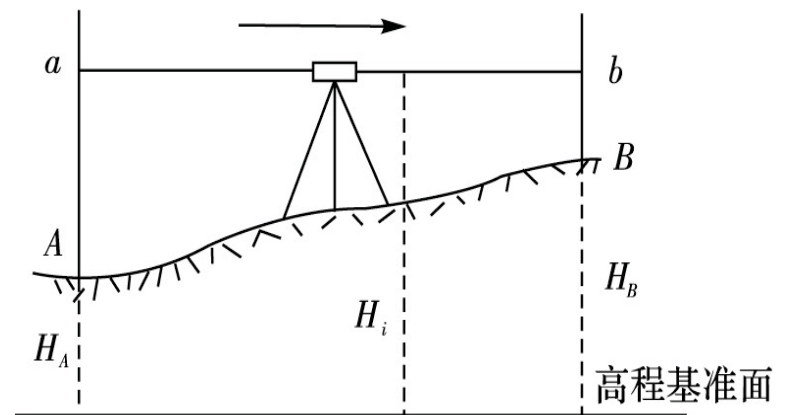
若 $a > b$ ，表示点 B 高于点 A ；若 $a < b$ ，表示点 B 低于点 A

2.3.2 获取高程的方法

若点 A 的高程已知，则 a 称为后视点读数，点 A 称为后点， b 称为前视读数，点 B 称为前视点。待定点 B 的高程 H_B 可由 H_A 和 h_{ab} 求得，即

$$H_B = H_A + h_{ab} = H_A + (a - b)$$

水平视线可由激光提供，采用激光光源进行水准测量的方法称为激光水准法。



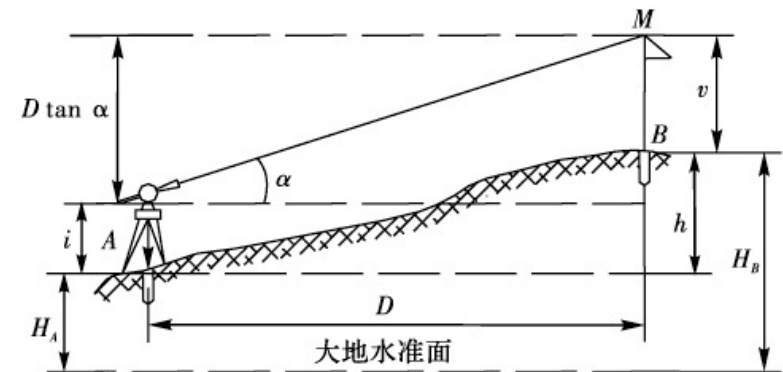
几何水准测量

2.3.2 获取高程的方法

2. 三角几何法

三角高程测量是根据两点的水平距离和竖直角，计算两点的高差。

如右图所示，已知点A的高程 H_A ，在点A安置经纬仪，在点B竖立标杆，用望远镜中丝瞄准标杆的顶点，测得竖直角 α ，量出仪器高 i 及标杆高 v ，再根据测量的AB之平距 D ，算出AB的高差 $h_{ab} = D \tan \alpha + i - v$



三角高程测量

所以B点高程可以表示为： $H_B = H_A + h_{ab} = H_A + D \tan \alpha + i - v$

高程测量可借助物理手段，包括气压测高、液体水准测量等。

第二章 地面点定位方法

1

测量基准面与坐标系统

3

数学方法取点空间位置

2

地球曲率的影响

4

水下地形点测量方法

2.4 水下地形点测量方法

水下地形高程有两种表示方法：

(1) 一种是以航运基准面为基准的等深线表示的航道图一般以理论最低潮面为理论深度基准面。

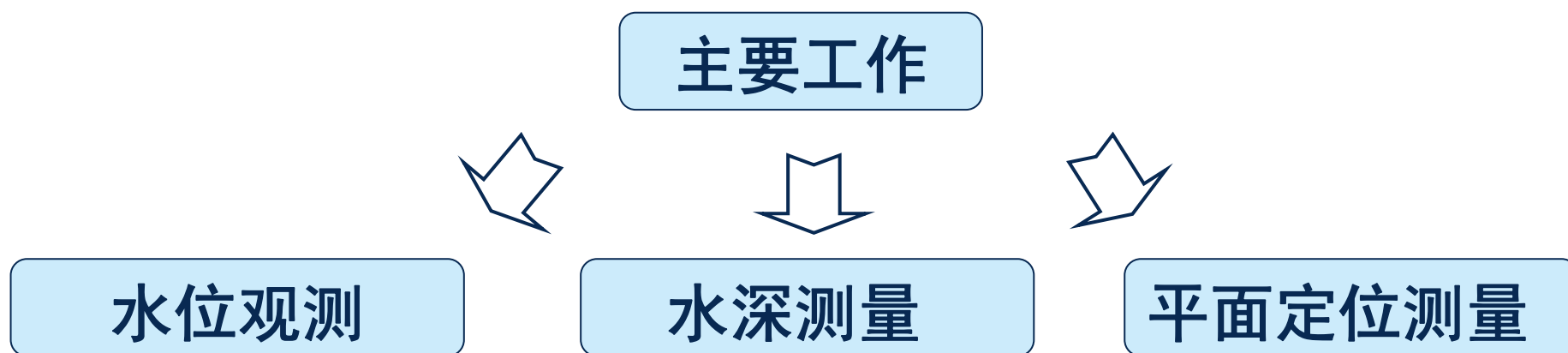
(2) 一种是用与陆上高程一致的等高线表示的水下地形图，它以大地水准面为基准。

目前，基本采用“1985年国家高程基准”。

2.4 水下地形点测量方法

水下地形测量原理:

根据陆地上布设的控制点, 利用测船行驶在水面上, 按等时间间隔或等距离间隔来测定水下地形点(简称测深点)的水深并结合水面高程信息获取水下地形高程和对应平面位置来实现的。



2.4 水下地形点测量方法

1. 水位观测及计算

水下地形点的高程等于测深时的水面高程(称为水位) 减去测得的水深。因此，需要对水面高程和水深进行同步测量。

观测方法：

观测水位首先要设置水尺，再把已知水准点联测到水尺，得到零点高程 H_0 。定时读取水面在水尺上截取的读数 $a(t)$ ，则某时刻水面高程： $H=H_0+a(t)$

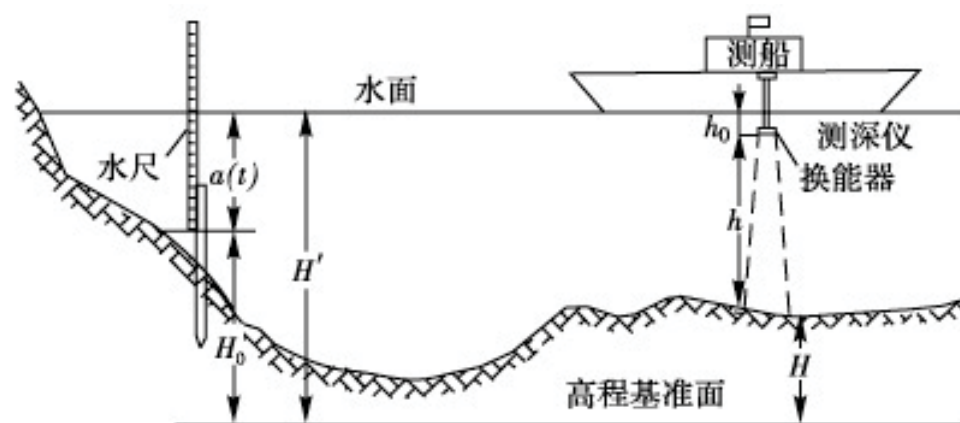
2.4 水下地形点测量方法

2. 水深测量

测量原理：

假设声波在水中的传播速度为 v ，声波经探头发射到水底，并由水底反射回来，被探头接收，测得声波信号往返行程所经历的时间为 t ，则从换能器探头到水底的深度为

$$h = \frac{1}{2} vt$$



水下高程测量

2.4 水下地形点测量方法

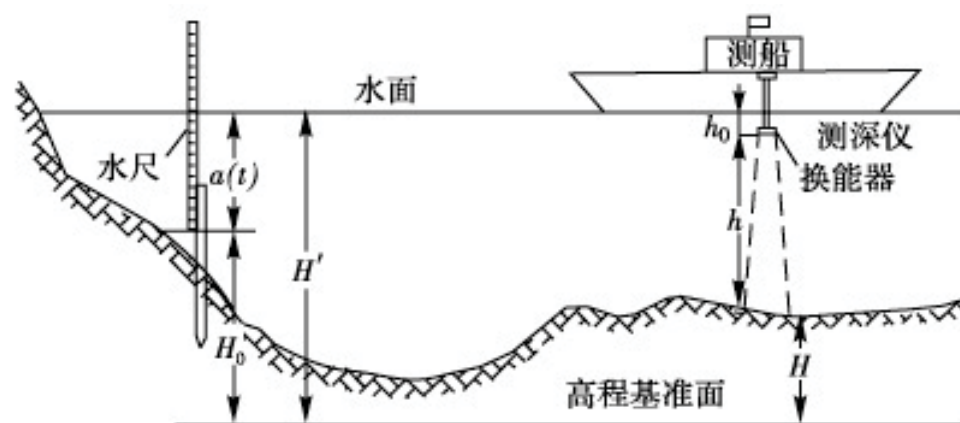
水下地形点高程的最终表达式:

$$H = H' - h - h_0$$

式中: h 为换能器到水底的距离

h_0 为换能器入水深度

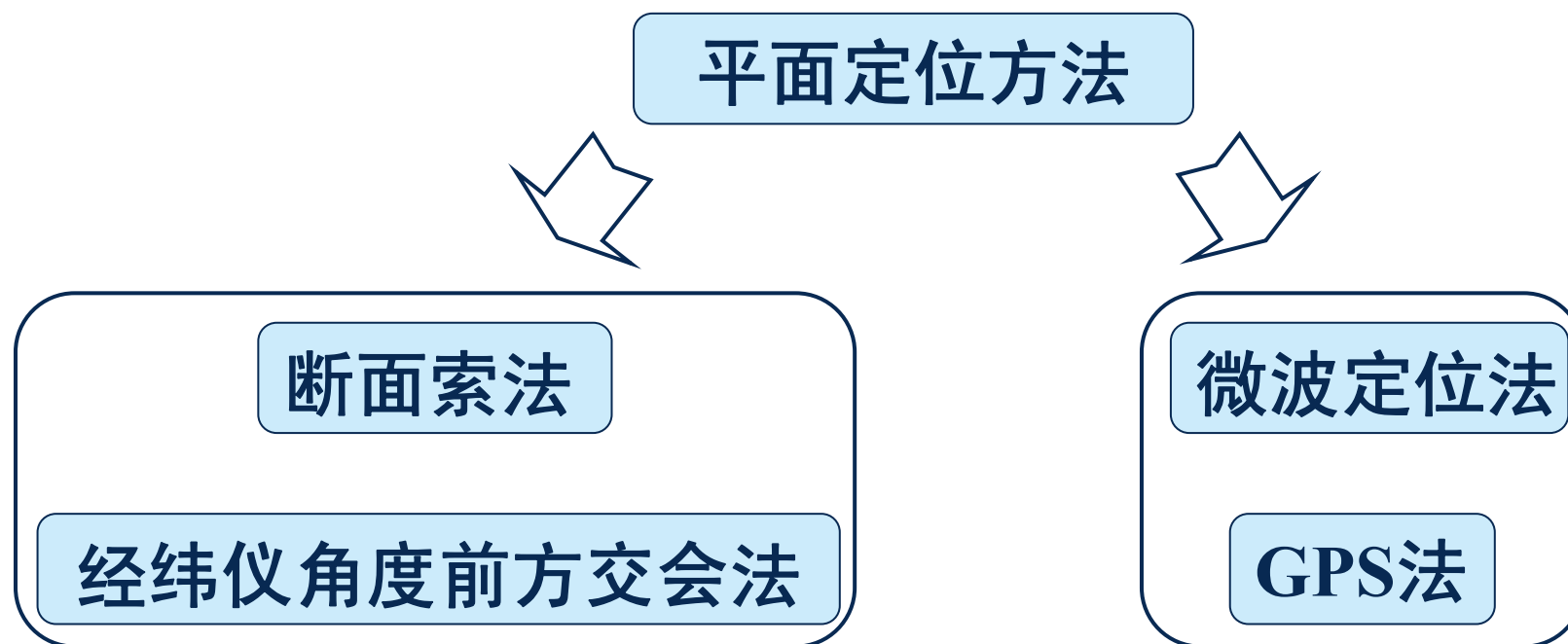
H 为即时水面高程



水下高程测量

2.4 水下地形点测量方法

3. 平面定位测量



2.4 水下地形点测量方法

目前利用差分GPS进行实时动态的定位，其定位精度已非常高，已达到亚米级。

相比传统水下测绘方法，差分GPS测量上的优点：

- (1) 操作灵活
- (2) 不受距离和气候的限制
- (3) 自动化程度高
- (4) 不会出现微波定位时由于干扰或图形条件不佳而出现掉信号或定位精度降低的现象。

应用差分GPS测量的方法：

作业时，测船上GPS设备只需连续接收到一个岸台GPS差分信号的信标，就可以实现实时的连续定位，并且可以借助相关软件实现与测深点的同步自动采集和记录。