

第6章 小区域控制测量

1

控制测量概述

4

三、四等水准测量

2

导线平面控制测量

5

三角高程测量

3

交会定点测量

6

GPS控制测量

6.1 控制测量概述

测量工作通常会产生各种误差，这些误差会随着测量工作的进行而不断积累。另外，测量工作通常是在地球表面进行的，因此需要建立统一的坐标系以保证测量作业及成果的统一性和完整性。

这种统一的坐标系统，实际是由地面上一些固定的高精度点位坐标来表示的，有了大量均匀分布的高精度点位，测量工作便可以避免误差的大量累积。

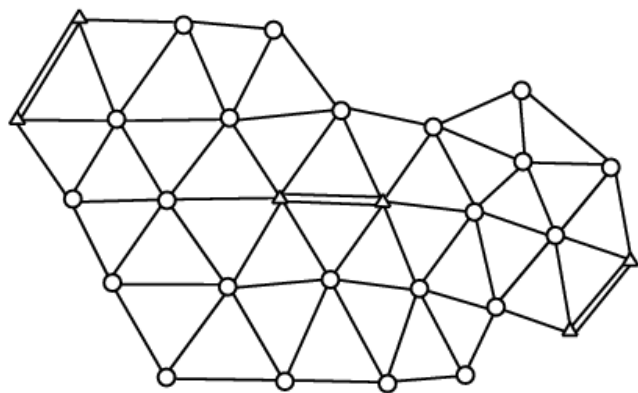
高精度点位组成的控制网分为国家控制网和区域控制网。为了实际工作的需要，控制网又分为平面控制网和高程控制网。测定控制点平面坐标的工作称为平面控制测量，测定控制点高程的工作称为高程控制测量。

6.1.1 平面控制测量

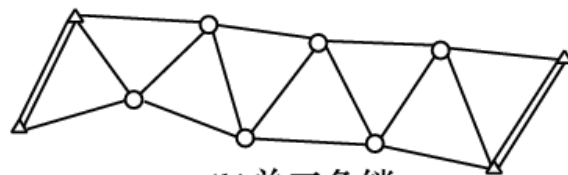
传统的平面控制测量可以采用三角网、测边网和边角网等测量方法，现在主要采用GPS测量方法。

(1) 三角网测量

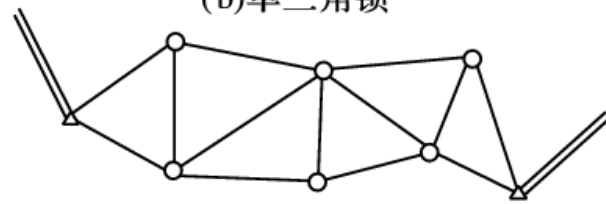
主要通过测量控制点间形成的水平角度，由已知点位坐标计算出待定点位平面坐标。



(a)三角锁(网)



(b)单三角锁



(c)线形三角锁

三角网测量

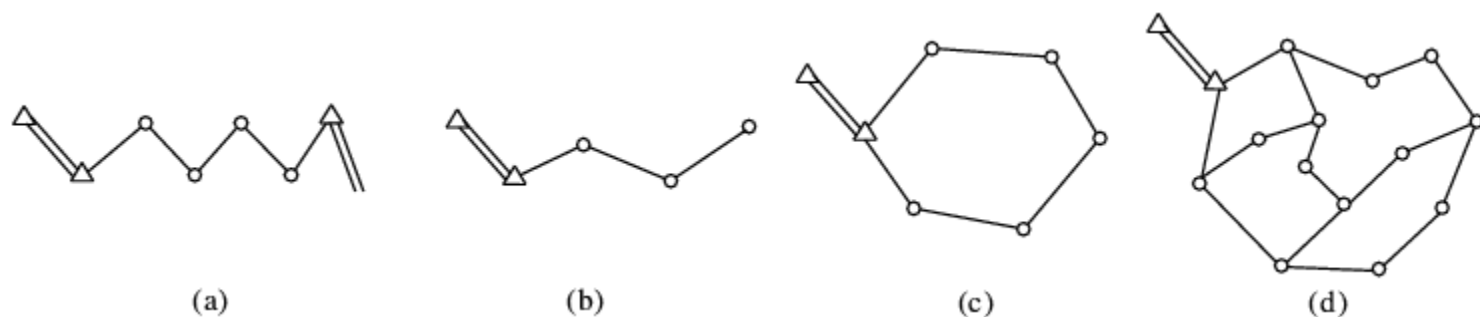
6.1.1 平面控制测量

(2) 测边网测量

通过测量控制点间的水平距离，进而计算出各点的平面坐标值，其网形与三角网相同。

(3) 边角网测量

边角网测量不仅测量控制点间的水平距离，还测量控制点间形成的水平角度，但不必测量形成网的每个边长或角度。



导线网布设形式

6.1.1 平面控制测量

(4) GPS测量

GPS静态相对定位技术是目前在高精度、大范围内进行平面控制测量的主要手段，它具有精度高、劳动强度低、无需通视、自动化程度高、省时等优点。

(5) 摄影测量

摄影测量是测量领域应用较广的一种技术手段，它可以大范围、高效地测绘数字地形图及其待测点的三维坐标，利用光线束平差方法，还可以高精度、大范围地加密测量控制点。

6.1.1 平面控制测量

(6) 甚长基线干涉测量

甚长基线干涉测量是利用基线两端的射电望远镜，同时测量来自河外天体的射电随机信号。由于它们不同时到达观测站，因而产生相位差，可推算出相对时间延迟，并利用各方向众多观测结果，计算基线长度与基线方向向量。

(7) 天文测量

天文测量是利用仪器通过观测天体（如恒星），同时确定观测时刻所对应的时间，进而确定地面点位的天文经纬度和大地方位角的方法。

6.1.1 平面控制测量

我国布设的**国家级平面控制网**，主要是按三角网的形式布设的，分为**一、二、三、四**等4个等级。

一等三角网沿经纬线方向布设成三角锁的形式，平均边长约20km，锁长约200km。锁的起算边两端应精密测定经纬度和天文方位角，精度应达到 $0.02'' \sim 0.05''$ ，起算边相对精度应达到1: 35万。其他等级三角网可在上一等级三角网的基础上加密而成。

在国家控制网的基础上可以布设**城市控制网**和**工程控制网**。在100km²范围内建立的控制网，称为**小区域控制网**，在此范围内可以认为水准面是水平的，无需进行专门的投影计算。直接为测绘大比例尺地形图建立的控制网称为**图根控制网**。

6.1.1 平面控制测量

1997年 《城市测量规范》 城市平面控制网（三角网） 测量技术要求

等级	平均边长 /km	测角中误差 /($''$)	起始边边长 相对中误差	最弱边边长 相对中误差
二等	9	$\leq \pm 1.0$	$\leq 1/300\ 000$	$\leq 1/120\ 000$
三等	5	$\leq \pm 1.8$	$\leq 1/200\ 000$	$\leq 1/80\ 000$
四等	2	$\leq \pm 2.5$	$\leq 1/120\ 000$	$\leq 1/45\ 000$
一级小三角	1	$\leq \pm 5.0$	$\leq 1/40\ 000$	$\leq 1/20\ 000$
二级小三角	0.5	$\leq \pm 10.0$	$\leq 1/20\ 000$	$\leq 1/10\ 000$

6.1.1 平面控制测量

1997年 《城市测量规范》 城市平面控制网导线测量技术要求

等级	测 图 比例尺	导线长度	平均边长	往返丈量较差 相对误差	测角 中误差 ($''$)	导线全长 相对闭合 差	测回数		角度闭合 差($''$)
		m	m				DJ2	DJ6	
一级		2500	250	1/20 000	± 5	1/10 000	2	4	$\pm 10\sqrt{n}$
二级		1800	180	1/15 000	± 8	1/7 000	1	3	$\pm 16\sqrt{n}$
三级		1200	120	1/10 000	± 12	1/5 000	1	2	$\pm 24\sqrt{n}$
图根	1:500	500	75						
	1:1000	1000	110	1/3 000	± 20	1/2 000		1	$\pm 60\sqrt{n}$
	1:2000	2000	180						

6.1.2 高程控制测量

高程控制测量用来测定控制点相对于某一水准面高程的差异。在大地测量当中，主要采用水准测量方法和三角高程测量方法，也可以通过GPS测量的方法。

控制测量的布设，一般分为**技术设计**、**实地选点**、**埋设标石**、**观测**以及**数据处理**几个阶段。具体的作业程序和技术指标的确定，应遵循相应的测量规范。

常用的规范包括：《全球定位系统测量规范》、《城市测量规范》、《工程测量规范》、《国家三、四等水准测量规范》等。

6.1.2 高程控制测量

水准测量的主要技术指标

等级	每千米高差 中数中误差		测段、区段 路线往返测 高差不符值	测段、路线 的左右路线 高差不符值	附合路线或 环线闭合差		检测已测 测段高差 之差
	偶然中误差 $M_{\square}$	全中误差 M_w			平原、丘陵	山区	
二等	$\leq \pm 1$	$\leq \pm 2$	$\leq \pm 4\sqrt{L_s}$		$\leq \pm 4\sqrt{L}$		$\leq \pm 6\sqrt{L_i}$
三等	$\leq \pm 3$	$\leq \pm 6$	$\leq \pm 12\sqrt{L_s}$	$\leq \pm 8\sqrt{L_s}$	$\leq \pm 12\sqrt{L}$	$\leq \pm 15\sqrt{L}$	$\leq \pm 20\sqrt{L_i}$
四等	$\leq \pm 5$	$\leq \pm 10$	$\leq \pm 20\sqrt{L_s}$	$\leq \pm 14\sqrt{L_s}$	$\leq \pm 20\sqrt{L}$	$\leq \pm 25\sqrt{L}$	$\leq \pm 30\sqrt{L_i}$
图根					$\leq \pm 40\sqrt{L}$		

第6章 小区域控制测量

1

控制测量概述

4

三、四等水准测量

2

导线平面控制测量

5

三角高程测量

3

交会定点测量

6

GPS控制测量

6.2 导线平面控制测量

导线测量是建立小地区平面控制网一种常用的方法。对于地物分布较复杂的建筑区、视线障碍较多的隐蔽区和带状地区，多采用导线测量的方法。

导线测量的几个基本概念：

导线：相邻控制点连成直线而构成的折线图形。

导线点：构成导线的控制点。

导线边：相邻导线点之间的距离。

转折角：相邻导线边之间的水平角。

导线测量依次测定各导线边的长度和各转折角值，然后根据某起始坐标和起算方向，推算其余各边的坐标方位角，从而求出各导线点的坐标，以满足测区内地形图测绘的需要。

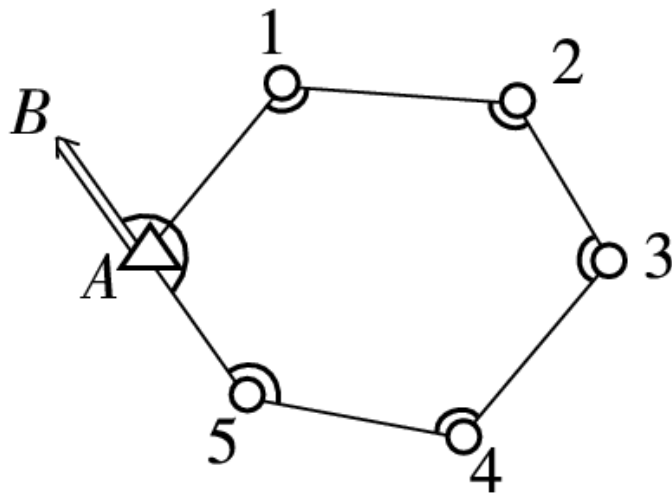
6.2.1 导线布设基本形式

根据测区不同情况和要求，导线一般布设为三种形式：

1. 闭合导线

由一个已知点出发测量一系列边长与转折角度，又重新回到已知点，形成一个闭合多边形，进而确定各点位坐标，称为闭合导线。

闭合导线本身存在严密的几何条件，具有检核作用。



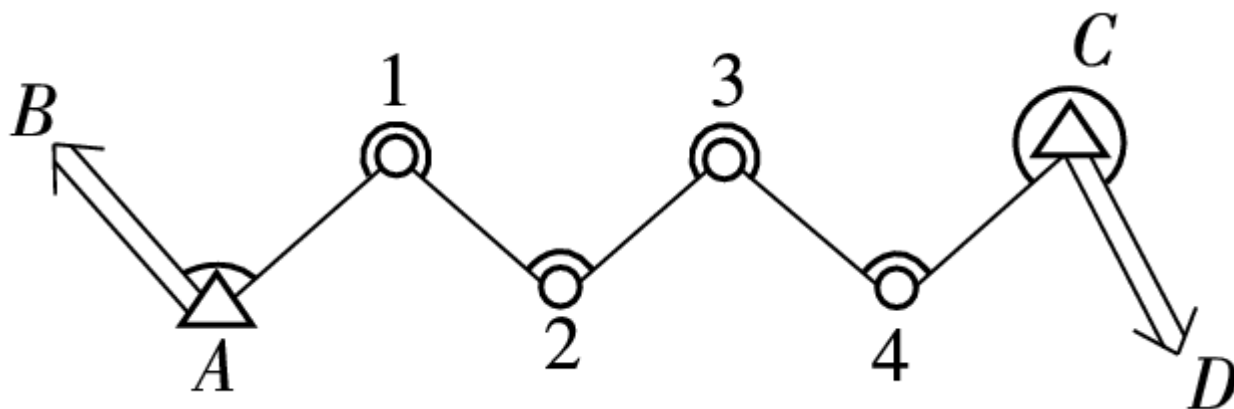
闭合导线示意图

6.2.1 导线布设基本形式

2. 附和导线

由一个已知点出发，测量一系列边长与转折角度，并附和到另外一个已知点，进而推算各点坐标。

这种布设形式，同样具有检核成果的作用。



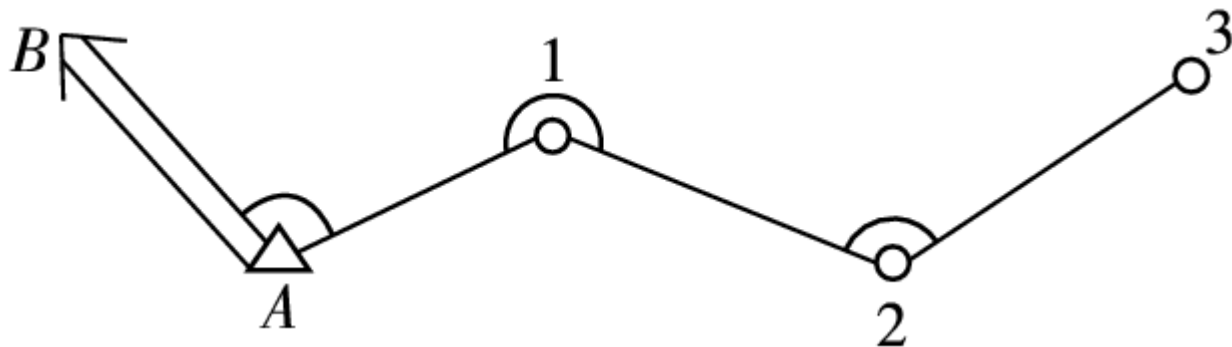
附和导线示意图

6.2.1 导线布设基本形式

3. 支导线

支导线又称自由导线，由一个已知点出发进行测量，但既不附合到另一个已知点，也不回到初始点。

因支导线缺乏检核条件，为了避免粗差的出现，一般边数不超过3个，且要往返测量。



支导线示意图

6.2.2 导线测量实施

1. 导线测量的外业工作

踏勘选点，边长测量，角度测量，导线连接测量。

(1) 踏勘选点

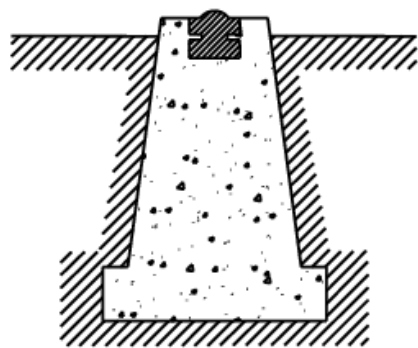
踏勘选点首先应收集有关测区的地形地貌等信息资料，包括测区已有的地形图、已有控制点，据此在图上初步选点，然后根据选点图，到实地进行定点，并建立标志。所选控制点应满足以下几项要求：

- ① 相邻控制点间应相互通视，要易于测边测角，且选点应便于安置仪器和保存测量标志。
- ② 选点周围应视野开阔，以便于测绘地形图。
- ③ 选点数量及密度应满足测绘地形图的要求。
- ④ 各导线边长应尽可能大致相等。

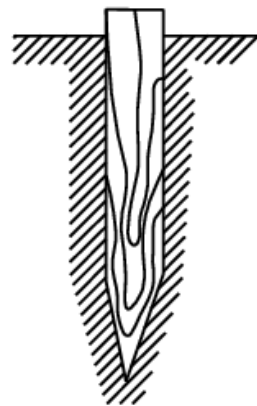
6.2.2 导线测量实施

导线点选好后，要在每一点位打一个木桩，周围浇一圈混凝土，桩顶钉一小钉，作为临时性标志。若导线点需要保存的时间较长，就要埋设混凝土桩或石桩，桩顶刻“十”字，作为永久性标志。

导线应统一编号，为了便于寻找，应量出导线点与附近固定而明显地物点间的距离，绘一张草图，注明尺寸，称为**点之记**。



(a)混凝土桩



(b)木桩

6.2.2 导线测量实施

(2) 边长测量

边长测量即测边，可用电磁波测距仪测定，测量时要同时观测竖直角，供倾斜改正用；也可用钢尺丈量水平距离。

- 1) 对于图根导线，应用一般方法往返丈量或同一方向丈量两次；
- 2) 当尺长改正数大于 $1/10000$ 时，应考虑尺长改正；
- 3) 量距时平均尺温与检定时相差 $\pm 10^{\circ}\text{C}$ 时，应进行温度改正；
- 4) 尺面倾斜大于 1.5% 时，应进行倾斜改正；
- 5) 取往返丈量的平均值作为成果，并要求其相对误差不大于 $1/3000$ 。

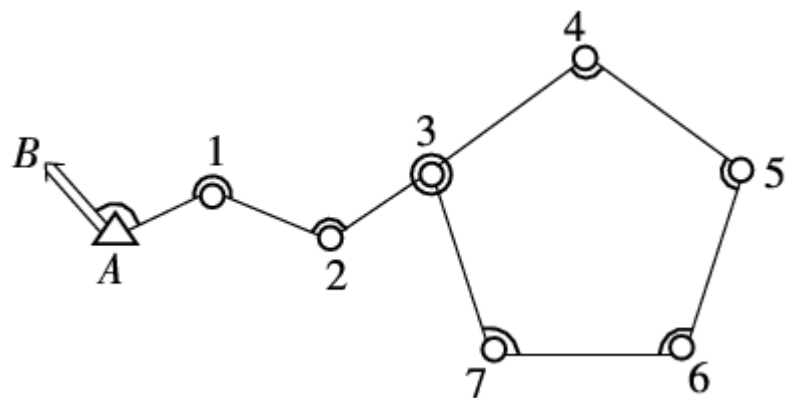
6.2.2 导线测量实施

(3) 角度测量

角度测量简称测角。不同等级的导线，测角精度要求有所不同。导线可以测左角或右角，闭合导线应测内角。

(4) 导线连接测量

导线连接测量是指为了使导线点坐标系统与国家或城市坐标系统相统一，应尽可能与已知控制点进行联测，以便获取起算坐标数据和方位数据。



导线连接测量示意图

6.2.2 导线测量实施

2. 导线测量的内业计算

导线测量内业计算的目的是计算各导线点的坐标。计算之前，应全面检查导线测量外业记录，数据是否齐全，有无记错、算错，成果是否符合精度要求，起算数据是否准确，然后绘制一张导线略图，把各项数据注记于图上相应的位置。以闭合导线为例，内业计算步骤主要为：

- (1) 计算内角和闭合差并进行闭合差的分配；
- (2) 计算坐标方位角；
- (3) 计算坐标增量，并进行坐标增量闭合差的调整；
- (4) 计算各点位的坐标。

6.2.2 导线测量实施

(1) 计算内角和闭合差并进行闭合差的分配

内角和闭合差： 闭合导线内角和的理论值与测量值之差

$$f_{\beta} = \sum_{i=1}^n \beta_i - (n-2) \cdot 180^{\circ}$$

对于图根导线内角和闭合差，当满足 $|f_{\beta}| \leq f_{\beta容}$ 的要求时，可将闭合差反号并平均分配到各内角当中。

图根导线内角和闭合差限差为： $f_{\beta容} = \pm 60'' \sqrt{n}$

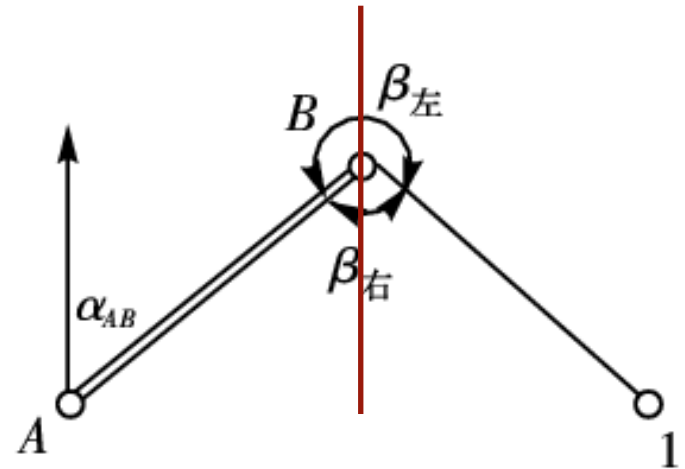
改正后的各内角为：

$$\hat{\beta}_i = \beta_i + v_i \quad (\text{其中, } v_i = -\frac{f_{\beta}}{n})$$

6.2.2 导线测量实施

(2) 坐标方位角的推算

已知边 AB 的坐标方位角为 α_{AB} ，并测得点 B 的转折角 $\beta_{\text{左}}$ 或 $\beta_{\text{右}}$ ，欲推算 $B1$ 边的坐标方位角。



$$\alpha_{B1} = \alpha_{AB} + \beta_{\text{左}} - 180^\circ$$

$$\alpha_{B1} = \alpha_{AB} - \beta_{\text{右}} + 180^\circ$$

其中， $\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ$

以此类推，可以计算所有其他边的坐标方位角。

上述公式中，所用转折角应是经过改正的。

6.2.2 导线测量实施

(3) 坐标增量的计算与坐标增量闭合差的调整

第*i*点至前进方向相邻点*j*的坐标增量为：

$$\Delta x_{ij} = D_{ij} \cos \alpha_{ij}; \quad \Delta y_{ij} = D_{ij} \sin \alpha_{ij}$$

理论上，闭合导线各边坐标增量之和为零：

$$\sum_1^n \Delta x_{\text{理}} = 0; \quad \sum_1^n \Delta y_{\text{理}} = 0$$

由于测量结果包含误差，因此，由观测值计算所得坐标增量之和，将不等于零，其值为坐标增量闭合差：

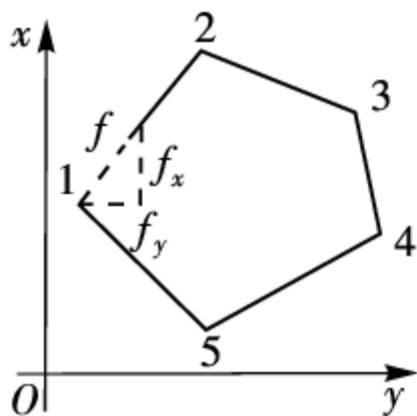
$$f_x = \sum_1^n \Delta x_{\text{测}} - \sum_1^n \Delta x_{\text{理}} = \sum_1^n \Delta x_{\text{测}}$$

$$f_y = \sum_1^n \Delta y_{\text{测}} - \sum_1^n \Delta y_{\text{理}} = \sum_1^n \Delta y_{\text{测}}$$

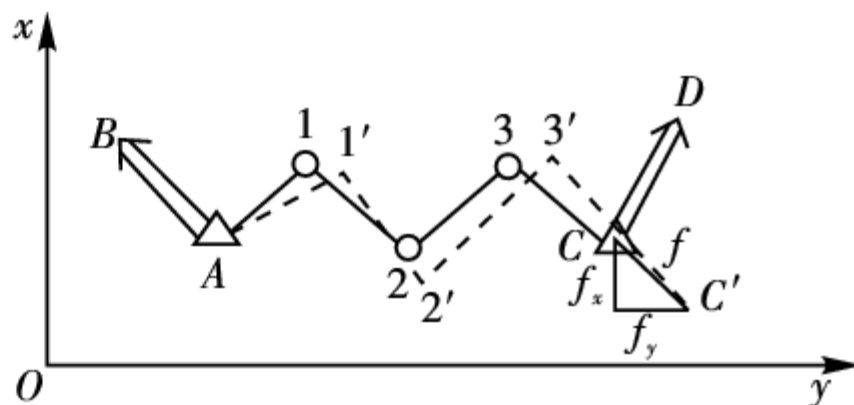
6.2.2 导线测量实施

导线全长闭合差为： $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$

导线全长闭合差的含义如下图所示：



(a)



(b)

对于图根导线，导线全长相对闭合差限差为1/2000。即应满足要求：

$$\frac{f}{\sum D} \leq \frac{1}{2000}$$

6.2.2 导线测量实施

当满足限差要求后，应将坐标增量闭合差反号，并按与各边距离成正比进行分配，即各边坐标增量改正数为：

$$v_{\Delta x_{ij}} = -\frac{D_{ij}}{\sum D} f_x; \quad v_{\Delta y_{ij}} = -\frac{D_{ij}}{\sum D} f_y;$$

改正后的各边坐标增量：

$$\Delta \hat{x}_{ij} = \Delta x_{ij} + v_{\Delta x_{ij}}; \quad \Delta \hat{y}_{ij} = \Delta y_{ij} + v_{\Delta y_{ij}};$$

6.2.2 导线测量实施

(4) 各点坐标的计算

利用改正后的坐标增量，计算各点坐标。

$$\hat{x}_j = \hat{x}_i + \Delta\hat{x}_{ij}; \quad \hat{y}_j = \hat{y}_i + \Delta\hat{y}_{ij};$$

附和导线的计算方法与闭合导线的计算方法基本相同，只是：

(1) 内角和闭合差改为与已知坐标方位角的闭合差。

(2) 坐标增量闭合差是由计算所得终点坐标与已知终点坐标之差计算得到。

第6章 小区域控制测量

1

控制测量概述

4

三、四等水准测量

2

导线平面控制测量

5

三角高程测量

3

交会定点测量

6

GPS控制测量

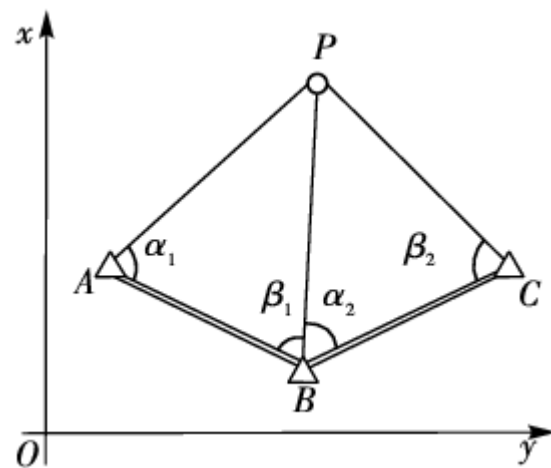
6.3 交会定点测量

当原有控制点密度不能满足需要时，应对其进行加密。当需要加密少量点位时，可采用交会法来加密控制点，一般包括前方交会、后方交会、侧方交会和测边交会法等。

(1) 前方交会法测定点位坐标

在A、B两点安置经纬仪，测定与待定点P之间的夹角 α_1 和 β_1 ，可以计算出待定点P的坐标。应用下式时，点A、B、P应按逆时针顺序编号

$$\begin{cases} x_p = \frac{x_A \cot \beta + x_B \cot \alpha + \Delta y_{AB}}{\cot \alpha + \cot \beta} \\ y_p = \frac{y_A \cot \beta + y_B \cot \alpha + \Delta x_{AB}}{\cot \alpha + \cot \beta} \end{cases}$$



前方交会法

6.3 交会定点测量

由前方交会法测得的两组坐标值之差应小于下式所确定的限差要求：

$$e = \sqrt{(x_p^{(1)} - x_p^{(2)})^2 + (y_p^{(1)} - y_p^{(2)})^2} \leq 2 \times 0.1 \times M$$

式中， M 为测图比例尺分母。

图形形状对前方交会法的测量误差会产生较大影响，待定点与相邻两已知点 A 和点 B 的方向所形成的夹角 γ 称为**交会角**。由前方交会公式，可得点位坐标精度估计公式：

$$M_p = \frac{m}{p} \cdot \frac{D_{AB}}{\sin^2 \gamma} \sqrt{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta}$$

由上式可以看出，交会角度 γ 接近于 0° 或 180° 时，精度会无限降低。因此交会角应尽可能介于 $30^\circ \sim 150^\circ$ 之间。

6.3 交会定点测量

(2) 后方交会法测定点位坐标

在待定点 P 设站，观测到已知控制点的夹角 α 和 β ，进而计算出待定点坐标的方法称为**后方交会法**。

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$$

由正弦定理知：

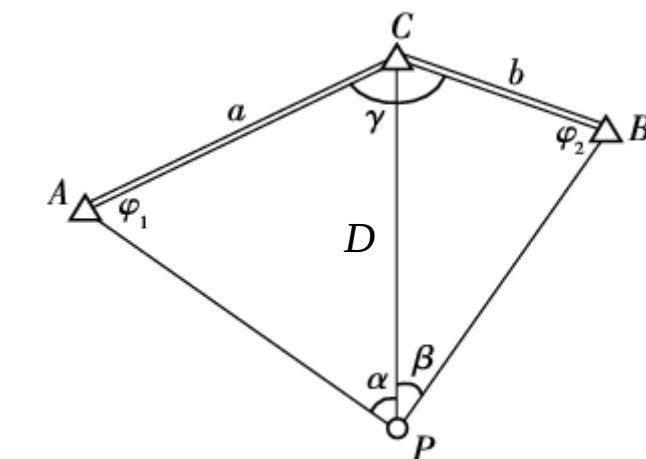
$$\frac{D}{\sin \varphi_1} = \frac{a}{\sin \alpha}, \quad \frac{D}{\sin \varphi_2} = \frac{b}{\sin \beta}$$

所以：

$$\frac{a \sin \varphi_1}{\sin \alpha} = \frac{b \sin \varphi_2}{\sin \beta}, \quad \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{b \sin \alpha}{a \sin \beta}$$

令：

$$\theta = \varphi_1 + \varphi_2 = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$$



后方交会法

$$K = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{b \sin \alpha}{a \sin \beta}$$

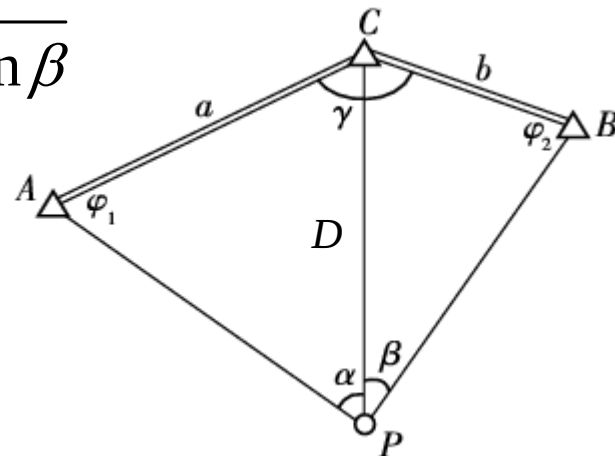
6.3 交会定点测量

$$\theta = \varphi_1 + \varphi_2 = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) \quad K = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{b \sin \alpha}{a \sin \beta}$$

则有，

$$K = \frac{\sin(\theta - \varphi_2)}{\sin \varphi_2} = \sin \theta \cot \varphi_2 - \cos \theta$$

$$\tan \varphi_2 = \frac{\sin \theta}{K + \cos \theta}$$



后方交会法

求出 φ_2 后，亦可求出 φ_1 ，然后按前方交会公式反算出 P 坐标。

6.3 交会定点测量

(3) 测边交会定点

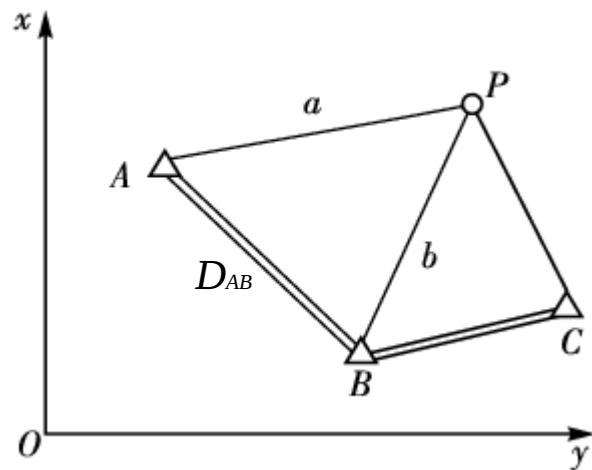
利用测距仪测定 P 点至已知点 A 、 B 的距离，从而确定 P 点坐标的方法，称为测边交会定点。

在 $\triangle ABP$ 中，由余弦定理可知：

$$\cos A = \frac{D_{AB}^2 + a^2 - b^2}{2aD_{AB}} \quad \alpha_{AP} = \alpha_{AB} - A$$

则有，

$$\begin{cases} x_P = x_A + a \cos \alpha_{AP} \\ y_P = y_A + a \sin \alpha_{AP} \end{cases}$$



测边交会

同理，可由 $\triangle BCP$ ，求出另一组 P 坐标。当两组坐标的差异小于限差时，取其平均值，作为最终的结果。

第6章 小区域控制测量

1

控制测量概述

4

三、四等水准测量

2

导线平面控制测量

5

三角高程测量

3

交会定点测量

6

GPS控制测量

6.4 三、四等水准测量

水准测量分为国家一、二、三、四等水准测量，城市二、三、四等水准测量，工程二、三、四等水准测量以及图根（等外）水准测量。

三、四等水准测量除用于国家高程控制网的加密外，还用于建立小区域首级高程控制网，以及建筑施工区内工程测量及变形观测的基本控制。

三、四等水准测量的路线和施测方法，与前面讲到的图根水准测量基本相同，不同的只是精度要求。三、四等水准点的高程应从附近的一、二等水准点引测。对于独立测区可采用闭合水准路线。

6.4 三、四等水准测量

1. 国家或城市三、四等水准测量技术指标

三、四等水准测量仪器的技术指标

等 级	望远镜放大率/倍	符合水准器分划值
三	≥ 25	30"
四	≥ 20	30"

三、四等水准测量视线长度和观测限差

等 级	标准视线长度 /m	前后视距差 /m	前后视距差 累计/m	红黑读数 差/mm	红黑高差之 差/mm
三	65	3.0	6.0	2.0	3.0
四	80	5.0	10.0	3.0	5.0

6.4 三、四等水准测量

2. 三、四等水准测量采用双面尺读数法

(1) 每一测站的测量工作

三、四等水准测量采用双面尺读数法，每一测站的观测程序包括：

- ① 读取后视尺黑面视距丝（上丝\下丝）和中丝读数；
- ② 读取前视尺黑面视距丝（上丝\下丝）和中丝读数；
- ③ 读取前视尺红面中丝读数；
- ④ 读取后视尺红面中丝读数。

即读数顺序是“后-前-前-后”，共读取8个读数。

6.4 三、四等水准测量

(2) 水准测量的记录、计算与检核

测自： 至
时刻： 始 时 分
 末 时 分

年 月 日
天气：
成像：

测站 编号	后尺	下丝	前尺	下丝	方向 及 尺号	标尺读数		黑+K -红	高差 中数
		上丝		上丝					
	后距		前距			黑面	红面		
	视距差 <i>d</i>								
	(1)		(4)		后	(3)	(8)	(14)	(18)
	(2)		(5)		前	(6)	(7)	(13)	
	(9)		(10)		后-前	(15)	(16)	(17)	
	(11)		(12)						

6.4 三、四等水准测量

表中的数字表示记录的顺序，(1)~(8)为观测记录，其余的为计算值，计算值及顺序如下：

后视距离： $(9) = (1) - (2)$

前视距离： $(10) = (4) - (5)$

前后视距差： $(11) = (9) - (10)$

视距差累计： $(12) = \text{本站}(11) + \text{前站}(12)$

红黑面读数检核： $(13) = (6) + K - (7)$ ， $(14) = (3) + K - (8)$

黑面高差： $(15) = (3) - (6)$

红面高差： $(16) = (8) - (7)$

计算检核： $(17) = (15) - (16)$ 或 $(17) = (14) - (13)$

平均高差： $(18) = [(15) + (16)] / 2$

总计算检核： $\Sigma(3) - \Sigma(6) = \Sigma(15)$ ； $\Sigma(8) - \Sigma(7) = \Sigma(16)$

$\Sigma(9) - \Sigma(10) = \text{本页末站}(12) - \text{前页末站}(12)$

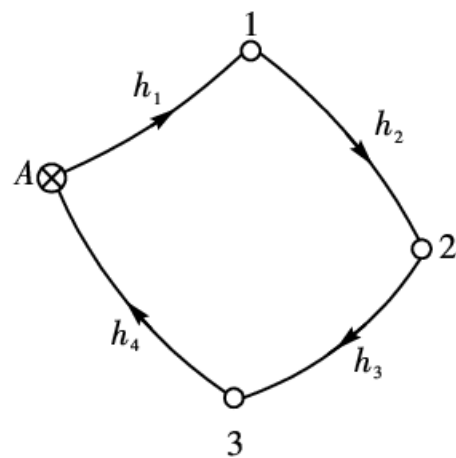
其中， K 为红面起始点，为4.687或4.787。

6.4 三、四等水准测量

(3) 水准测量闭合差的计算及调整方法

对于单一水准路线，如闭合水准路线或附合水准路线，闭合差的计算与调整方法与前面叙述的普通水准测量方法相同。对于较大范围的水准测量，可能会形成水准网不同推算线路结果不同。此时，数据处理应采用最小二乘法。

如右图闭合水准路线，有一个已知点A，3个未知点1、2、3，共测量了4段高差 h_1 、 h_2 、 h_3 、 h_4 。当利用最小二乘法进行数据处理时，在认为只有偶然误差时，其结果是最优的。



闭合水准线路

6.4 三、四等水准测量

具体处理方法如下：

$$\hat{h}_1 = h_1 + v_1 \quad \hat{h}_2 = h_2 + v_2 \quad \hat{h}_3 = h_3 + v_3 \quad \hat{h}_4 = h_4 + v_4$$

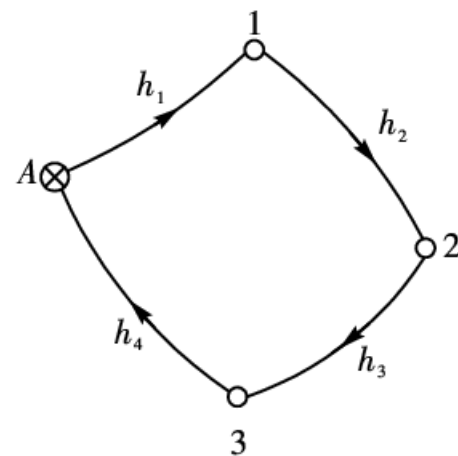
对各改正数 v_i 按最小二乘法应满足如下要求：

$$\sum_{i=1}^4 p v_i^2 = \min$$

式中， p_i 为各高差观测值的权。

对于水准测量的精度，可以认为其值与每段距离 s_i 成反比，即各观测值的权分别为：

$$p_i = \frac{1}{s_i}$$



闭合水准线路

6.4 三、四等水准测量

因是闭合水准测量，观测值估计量应满足：

$$\hat{h}_1 + \hat{h}_2 + \hat{h}_3 + \hat{h}_4 = 0$$

即 $h_1 + v_1 + h_2 + v_2 + h_3 + v_3 + h_4 + v_4 = 0$

而求观测值最优估值时，只需求出各观测值改正数 v_i 即可。

设函数 Φ 为：

$$\Phi = p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + p_3 v_3^2 + p_4 v_4^2 - 2k \left(\sum_{i=1}^4 h_i + \sum_{i=1}^4 v_i \right)$$

将上式分别对 v_i 求偏导，并令其为零：

6.4 三、四等水准测量

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_1} = 2p_1v_1 - 2k = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_2} = 2p_2v_2 - 2k = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_3} = 2p_3v_3 - 2k = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v_4} = 2p_4v_4 - 2k = 0$$

由上页方程整理可得：

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) = 0$$

$$p_1v_1 - k = 0 \quad p_2v_2 - k = 0 \quad p_3v_3 - k = 0 \quad p_4v_4 - k = 0$$

将上面四个方程的改正数 $v_i=k/p_i$ 代入方程，可以求出 k 值，进而可以得到观测值的改正数，最终得到观测值的最优估值。

第6章 小区域控制测量

1

控制测量概述

4

三、四等水准测量

2

导线平面控制测量

5

三角高程测量

3

交会定点测量

6

GPS控制测量

6.5 三角高程测量

对于山区或实施水准测量较困难的地区，一般采用三角高程测量的方法进行高程控制测量。三角高程测量是一种受地形地貌限制少，且灵活方便的高程控制测量方法。

三角高程测量一般进行往返观测，即由A到B观测称为**直觇**，由B到A称为**反觇**，这样的观测称为**对向观测**或称为**双向观测**。

三角高程测量需要测量两点间的竖直角与水平距离或斜距，并量取仪器高和觇标高，进而计算两点间的高差。（课本17页）

1. 地球曲率误差和大气折光的影响

三角高程测量中，当水平距离小于300m时，可以忽略水准面的曲率，即认为水准面是水平面。

当距离较远时，应考虑由于空气折射所引起的视线折射弯曲，以及水准面的弯曲所引起的高差改正项。

6.5 三角高程测量

2. 三角高程测量的实施

类似于水准测量路线，三角高程测量亦可以采用附和、闭合路线等形式，以便于校核。

(1) 高差闭合差的计算

首先要检查每段直觇和反觇观测高差值的较差。当每段高差检验合格后，应计算路线闭合差。如果不超限，则取其平均值作为每段高差值。

对于附和路线：
$$f_h = \sum h - (H_A - H_B)$$

对于闭合路线：
$$f_h = \sum h$$

6.5 三角高程测量

三角高程测量直觇和反觇观测高差较差的限差(mm)

等级	两组高差之差 Δ	往返高差之差 Δh
三等	$\pm 12\sqrt{s}$	$\pm 35\sqrt{s}$
四等	$\pm 20\sqrt{s}$	$\pm 45\sqrt{s}$
等外		$\pm 70\sqrt{s}$

三角高程测量闭合差的限差 (mm)

等级	一般地区	山区	检查已测测段 高差之差
三	$\pm 12\sqrt{l}$	$\pm 15\sqrt{l}$	$\pm 20\sqrt{R}$
四	$\pm 20\sqrt{l}$	$\pm 25\sqrt{l}$	$\pm 30\sqrt{R}$
等外	$\pm 35\sqrt{l}$	$\pm 50\sqrt{l}$	$\pm 50\sqrt{R}$

S 为视线长度, L 为环线或闭合路线长度, R 为检查已测测段长度, 单位均为km。

6.5 三角高程测量

(2) 高差闭合差的分配

当高差闭合差在限差范围内时，应将闭合差反号与每段距离成正比进行分配，即每段高差改正数 v_i 为：

$$v_i = -\frac{S_i}{\sum S} f_h$$

将所得改正数赋给观测值，便得到每段改正后高差值：

$$\hat{h}_i = h_i + v_i$$

(3) 高程计算

各点高程计算公式为：

$$\begin{aligned} H_1 &= H_A + \hat{h}_1 \\ H_2 &= H_1 + \hat{h}_2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

控制点高程应用改正后的高差计算。

6.5 三角高程测量

3. 三角高程测量的误差分析

三角高程测量主要受竖直角观测误差、边长误差、大气折光误差、仪器高和标尺(或棱镜高)量测误差的影响。

其中，边长可以由测距仪测量或由坐标反算求得，其精度较高，影响较小。

仪器高和标尺(或棱镜高)用卷尺量测时，达到三、四等三角高程测量中1mm的量测精度要求，亦不难实现。

因此，三角高程测量结果主要受到竖直角观测误差和大气折光系数测定误差影响。

6.5 三角高程测量

大气折光系数与观测条件有关，如与气候、季节、地区覆盖物和视线高度等条件有关系，不易精确测定。实验表明，大气折光系数在中午前后较稳定，日出日落时不稳定。此外，大气折光误差也与边长有关，当边长小于400m，大气折光误差较小。

竖直角观测精度受到照准误差、读数误差、水准管气泡居中误差等影响，其中主要受照准误差的影响。

影响照准误差的因素包括空气的能见度、空气对流、目标的形状、亮度与背景的对比等，且边长愈远，所受影响愈大。

6.5 三角高程测量

三角高程测量视线长度及视线倾角规定

地形 类型	等级	视线长度/m				最大 倾角/ (°)
		直返视		中点单视		
		一般	最长	一般	最长	
一般地区	三等	300	400	200	300	15
	四等	400	600	300	400	
	等外	600	900	400	600	
山区	三等	300	400	200	300	
	四等	800	1300	600	900	
	等外	1300	2000	1000	1400	

最短视线三等不应小于30m，四等和等外不应小于10m。

第6章 小区域控制测量

1

控制测量概述

4

三、四等水准测量

2

导线平面控制测量

5

三角高程测量

3

交会定点测量

6

GPS控制测量

6.6.1 GPS控制测量的技术指标

进行GPS控制测量时，首先应根据任务书了解测量的目的、用途、范围、密度和等级等项目，并了解相关的GPS测量规范。

GPS测量规范有国家质量技术监督局和国家测绘局发布的《全球定位系统(GPS) 测量规范》及建设部发布的《全球定位系统城市测量规程》。

GPS控制网分为AA级、A级、B级、C级、D级和E级共六个等级。其中，AA级主要用于全球性的地球动力学研究、地壳形变测量和精密定轨；A级主要用于区域性的地球动力学研究和地壳形变测量；B级用于各种精密工程测量和变形观测；C级用于城市基本控制测量；D级和E级主要用于城市测图及各种工程和专业测量。

6.6.1 GPS控制测量的技术指标

不同等级的GPS测量技术指标

级别	距离/km	固定误差/mm	比例误差/ppm
AA	1000	≤ 3	< 0.01
A	300	≤ 5	≤ 0.1
B	70	≤ 8	≤ 1
C	10~15	≤ 10	≤ 5
D	5~10	≤ 10	≤ 10
E	0.2~5	≤ 10	≤ 20

6.6.2 GPS控制测量的用途

GPS控制测量的用途是多方面的，主要包括：

- ① 布设全球或全国性的高精度GPS控制网，建立全球统一的动态坐标框架系统，为地壳运动及地球动力学研究提供基础数据，提高大地水准面的定位精度。
- ② 用于区域大地测量，包括建立新的各种用途的地面控制网，检核和改善已有的地面控制网，对旧网进行加密，拟合区域大地水准面，以改善和丰富高程测量的技术手段。

6.6.3 GPS控制测量的实施

(1) 收集资料

收集有关测区地形图与控制点的成果资料，包括国家平面控制点和水准点成果，并在图上初步设计点位和网形。

(2) 选点

选择易于保存的控制点，在交通方便，并远离干扰物体处选点，做好标记，进行编号，实地绘制“点之记”。

(3) 埋石

根据测量等级选择不同类型标石进行埋石，埋石结束后应绘制“点之记”。

(4) GPS接收机的选择和检验

目前各类双频GPS接收机均可满足城市及工程控制测量精度要求。GPS接收机应定期送交相关部门检定或按要求自行检定。

6.6.3 GPS控制测量的实施

(5) 野外数据采集和观测

按调度计划进行野外观测和数据采集。具体的仪器操作在一般产品说明书中有详细说明。由于GPS测量自动化程度较高，操作非常方便，当数据采集量满足要求时，仪器会自动予以提示，以结束观测。

① 接收机开始记录数据后，可通过功能键和菜单查看测站信息、接收卫星数、卫星号、卫星健康状况、信噪比、相位测量残差、实时定位的结果及其变化、存储介质记录和电源情况，如发现问题，应做记录。

6.6.3 GPS控制测量的实施

- ② 每时段观测开始时与结束前各记录一次观测卫星号、天气状况、实时定位经纬度和大地高、PDOP值等。须记录气象元素，每时段气象观测应不少于2次，在时段开始和结束时各记录一次。
- ③ 每时段观测前后应各量取天线高一次，两次量高之差不应大于3mm，取平均值作为最后结果。
- ④ 观测期间要防止接收设备受到振动与碰撞，防止物体或人员遮挡天线，接收机周围10m内不得使用手机。

6.6.3 GPS控制测量的实施

(6) 内业数据处理

GPS信号接收机一般都配有数据处理软件，用来进行基线解算和网平差计算及数据转换，包括三维坐标之间的转换以及与二维坐标系统的转换。

以Trimble接收机数据处理为例，主要包括：

- ① 建立项目，选择坐标系，如80西安坐标系，或54北京坐标系，并选择大地水准面模型。
- ② 导入DAT数据，也可导入RINEX统一格式数据，并输入天线高和天线类型，软件会自动显示潜在基线。
- ③ 可通过禁用周跳过多的观测值以提高基线质量，并通过禁用残差大的卫星观测数据提高基线质量。

6.6.3 GPS控制测量的实施

④ 网平差计算，包括加权策略的选择，闭合差的调整以及进行平差计算。

⑤ 平差结果数据输出，包括点位的平面坐标显示，精度的估算，闭合差等，并且可以将数据转换成各种其他数据格式形式，如AutoCAD格式，GIS格式等。

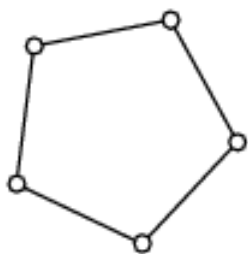
(7) 内业数据处理结束后，上交所有观测原始数据和记录、成果数据及技术总结报告、验收报告等。

(8) GPS控制网的设计

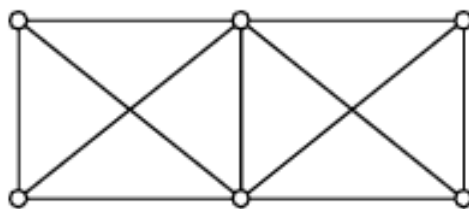
选好GPS控制点后，可根据GPS接收机的数量设计控制网形。

6.6.3 GPS控制测量的实施

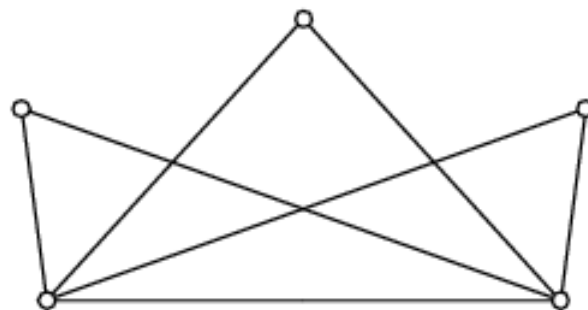
由于GPS静态相对定位测量的是基线向量，不必通视。因此，网形可以灵活地布置，包括点连式、边连式和网连式。由于控制点的个数及分布已经确定，因此，GPS控制测量的网形既取决于接收机的个数，也应考虑观测效率的问题。当同时观测的接收机个数较多时，图形强度较强，可以较少地考虑网形的问题。



(a)



(b)



(c)

GPS控制网网形